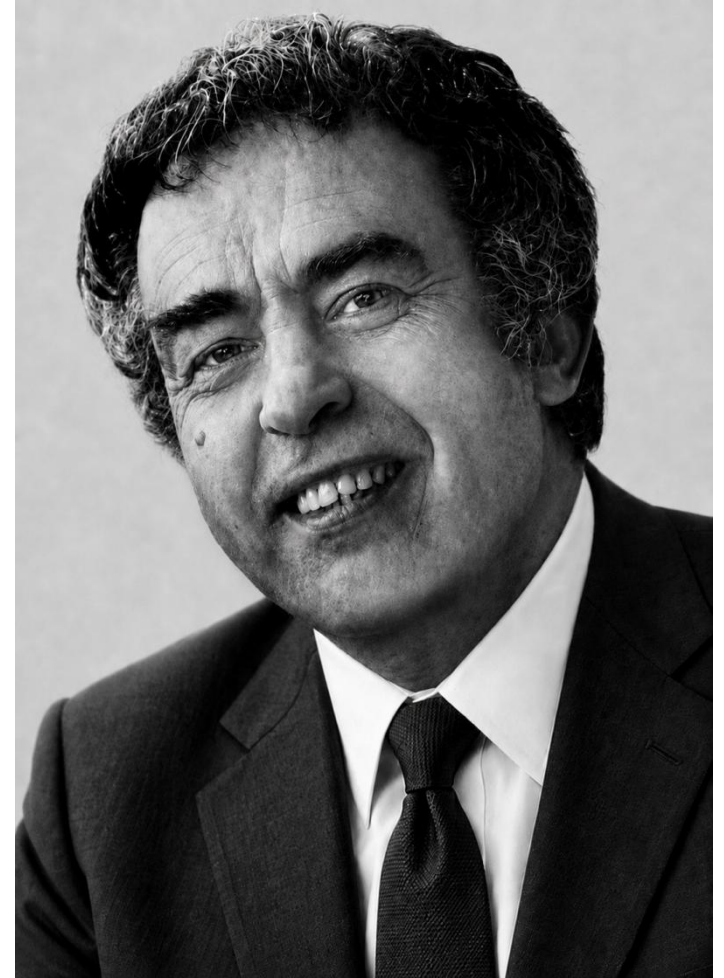


AMCM-IV

**Professor M.L.Lidov:
per aspera ad astra**

**Saint-Petersburg,
17.08-21.08.2026**



The Beginning. The Long Road to Science

1926

Birth in Cherkasy. Childhood in a dramatic era.

1944-1951

Service in aviation units as a weapons mechanic

1949–1954

Mekhmat of Moscow State University; first research under the supervision of L. I. Sedov.

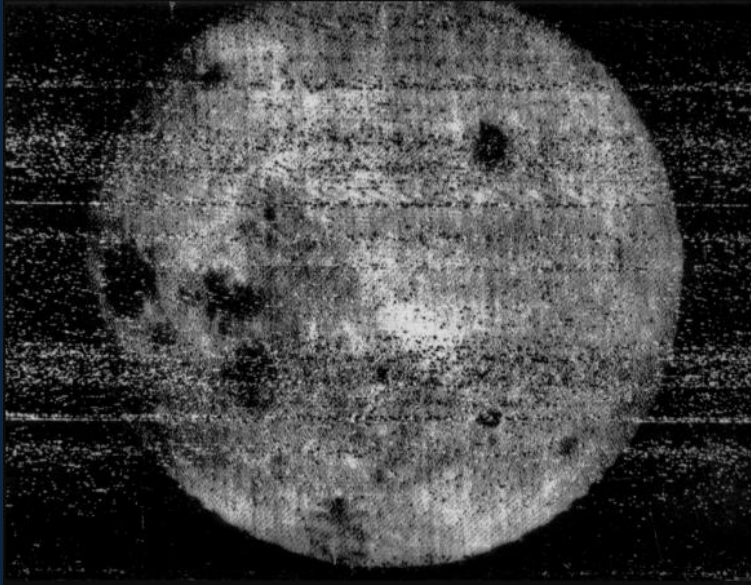
1957

Transfer to the Division of Applied Mathematics — the future Institute of Applied Mathematics (IPM).

This is not merely a set of facts. It explains Lidov's scientific power. his early experience called for autonomy, strict discipline, and the capacity to rapidly immerse himself in unfamiliar challenges.

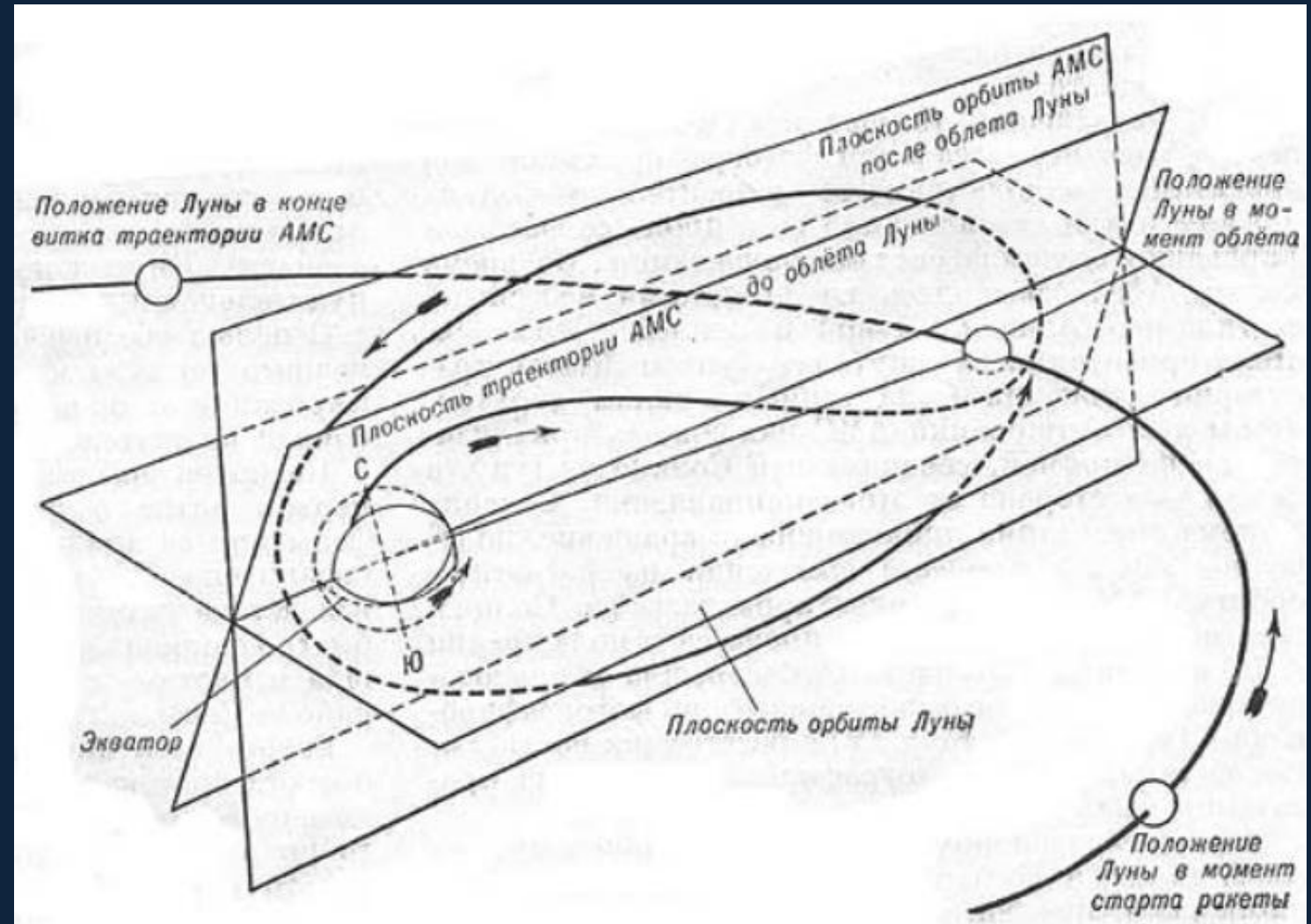


Luna-3: the first gravity-assist maneuver (1959)



The first photograph of the far side of the Moon

Lenin Prize (1960)



D. Amato, R. Malhotra, V. Sidorenko, AJ Rosengren: Luna close encounters compete with the circumterrestrial Lidov-Kozai effect // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 132 (6), 35

Lidov-Kozai mechanism

Lidov's model: the double-averaged restricted three-body problem in the quadrupolar approximation

$$a = \text{const}, \quad (1 - e^2) \cos^2 i = C_1,$$
$$e^2 \left(\frac{2}{5} - \sin^2 i \cdot \sin^2 \omega \right) = C_2$$

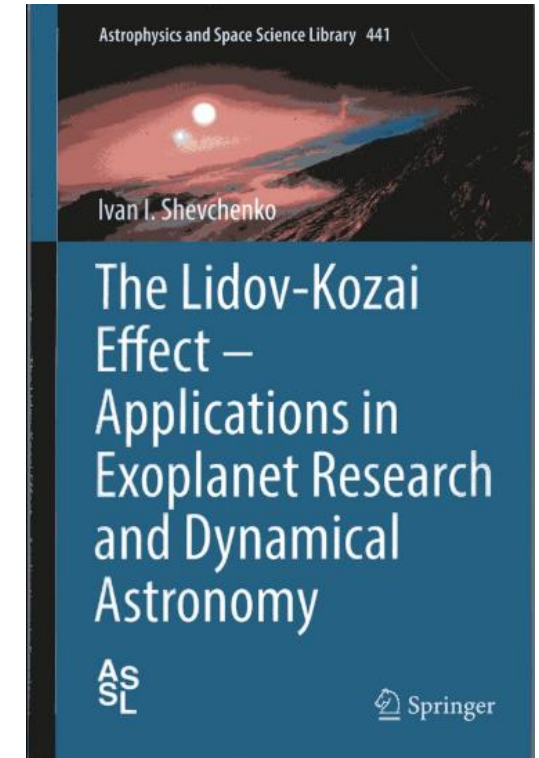


Lidov's diagram



$$C_1 = 0$$

Polar Moon



Shevchenko, 2016

Classical Kozai-Lidov Effect

Classical Kozai-Lidov effect: the coupled oscillations of satellite's eccentricity and inclination caused by the gravity of another body. KL-effect was discovered independently by M.L.Lidov (1961) and Y.Kozai (1962) in their studies on R3BP in so called Hill approximation ($a/a' \ll 1$)



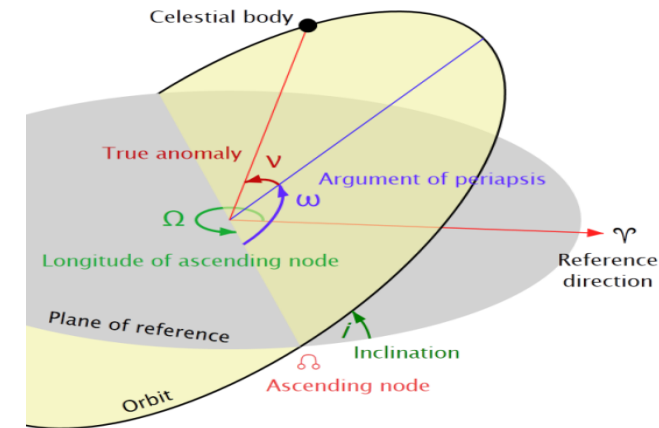
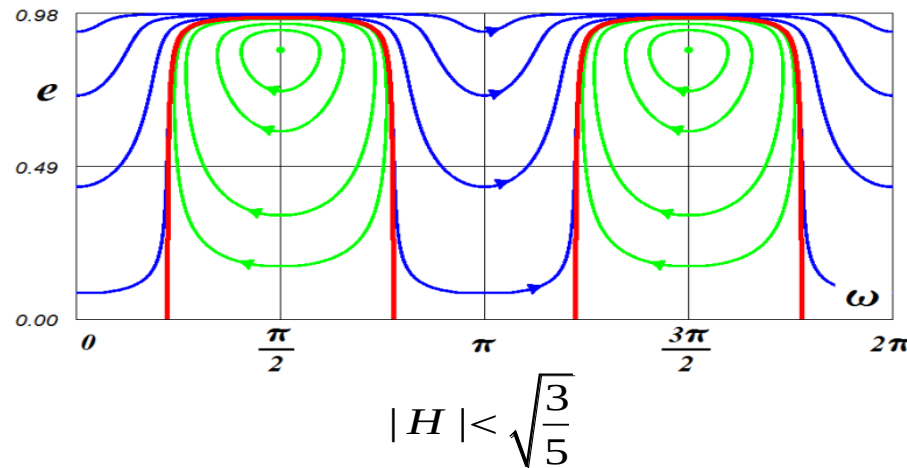
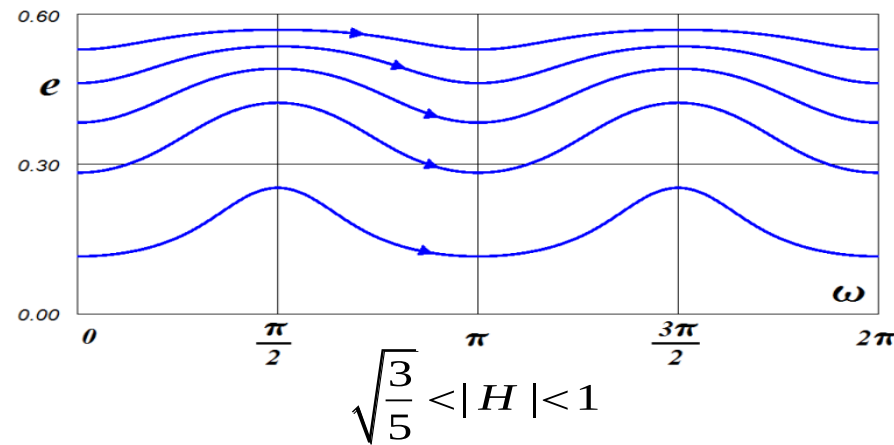
M.L.Lidov



Y.Kozai

$$H = \cos i \sqrt{1 - e^2}$$

N.D.Moiseev, 1945



von Zeipel–Lidov–Kozai effect



Sur l'application des séries de M. Lindstedt à l'étude du mouvement des comètes périodiques.

Par H. v. Zeipel.

Introduction.

Il est bien connu que dans le calcul du mouvement des planètes on peut se servir de certaines séries appelées par M. Poincaré les séries de M. Lindstedt. Les éléments des planètes se trouvent ainsi développés suivant les puissances d'une petite quantité μ de l'ordre des masses planétaires. Les coefficients des divers puissances de μ sont des séries de Fourier d'un certain nombre d'arguments dépendant linéairement du temps. Dans les séries dont il s'agit on suppose essentiellement que les masses des planètes sont assez petites par rapport à celle du Soleil. Mais, dans les applications faites jusqu'ici, il a été admis aussi que les excentricités et les inclinaisons des orbites sont petites. Les séries de M. Lindstedt sont semiconvergentes. Etant donnée ensuite leur forme purement trigonométrique, il est à espérer qu'elles représenteront le mouvement des planètes avec une très grande approximation pendant des espaces de temps extrêmement longues.

En essayant d'étudier au moyen de séries analogues le mouvement dans un système planétaire, les excentricités et les inclinaisons étant quelconques, on se heurte à la difficulté de résoudre d'une manière générale les équations des variations séculaires. Quand le degré de liberté de ces équations dépasse l'unité, l'intégration ne peut encore être effectuée que dans les voisinages des valeurs maxima et minima de la partie séculaire R de la fonction perturbatrice. On sait que la fonction R est minima, quand les excentricités et les inclinaisons s'annulent. C'est à cause de cette propriété de la fonction R qu'il est possible de former les séries de M. Lindstedt représentant le mouvement des planètes, dont les excentricités et les inclinaisons sont petites. Mais la fonction R possède souvent d'autres maxima et minima. Quand la valeur de R est voisine d'une telle valeur maxima ou minima, il est encore possible de calculer des séries de M. Lindstedt représentant le mouvement. Dans les orbites ainsi obtenues les excentricités et les inclinaisons peuvent être considérables. C'est cela que je me propose de montrer dans ce mémoire.

Pour ne pas trop compliquer l'exposition je me limiterai d'abord à un cas spécial en admettant qu'une masse infiniment petite (astéroïde, comète, satellite ou météoroïde) est attirée par le Soleil et par une planète perturbatrice se mouvant autour du Soleil dans un cercle. Dans l'étude du mouvement d'un tel corps on est ramené à un système canonique d'équations différentielles ayant trois degrés de liberté

et rentrant dans le type général d'équations, qui a été étudié par M. Poincaré dans son travail »Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste«, t. II, Chapitre XI. Les équations des variations séculaires forment un système canonique, dont le degré de liberté est l'unité. Elles peuvent donc être intégrées au moyen d'une quadrature et par des séries trigonométriques d'un seul argument. Mais quoique l'existence de ces séries est démontrée, on ne sait pas en général comment former analytiquement leurs coefficients. Ainsi, en cherchant de calculer les séries de M. Lindstedt, on est forcé, même dans ce cas relativement simple, de limiter le problème et d'admettre qu'on se trouve dans le voisinage d'une valeur maxima ou minima de la partie séculaire de la fonction perturbatrice.

Au chapitre II nous montrons comment les séries de M. Lindstedt peuvent alors être calculées. La méthode y expose à l'avantage de pouvoir être appliquée dans la pratique.

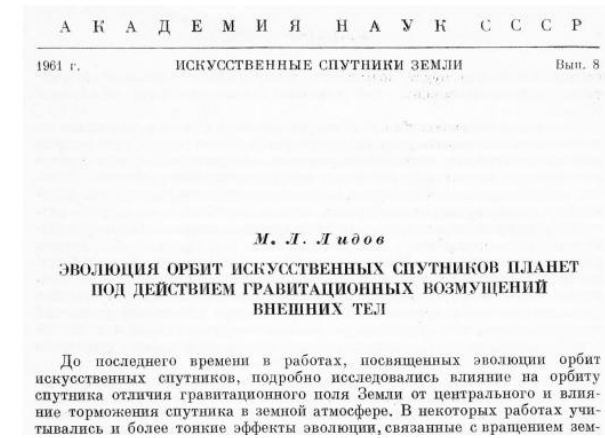
Dans le chapitre suivant se trouvent quelques études sur la fonction R nécessaires ou utiles pour les recherches des maxima et minima de cette fonction.

Les recherches sur les maxima et les minima de la partie séculaire de la fonction perturbatrice, exposées au chapitre IV, prouvent que des orbites à grandes inclinaisons et ayant des excentricités toujours petites ne peuvent exister qu'en dehors de la planète perturbatrice. A l'intérieur de l'orbite de cette planète il ne peut y avoir des astéroïdes ayant des inclinaisons dépassant une certaine limite, fonction du rapport μ des deux grands axes. Cette limite est d'environ 30° auprès du Soleil, décroît quand μ augmente et s'annule quand $\mu = 1$. Pour les orbites à grandes inclinaisons et à l'intérieur de la planète perturbatrice la limite supérieure de l'excentricité est considérable — même si la limite inférieure est petite — et se rapproche de l'unité, quand l'inclinaison est voisine de 90° . Une telle orbite sera sous certaines conditions bouleversée par la planète perturbatrice.

Je dis, par définition, qu'une orbite est stable (ou que le mouvement y est stable), si elle ne coupe jamais ni le Soleil ni l'orbite de la planète perturbatrice et si le rayon vecteur reste toujours au dessous d'une limite fixe et finie.

Les études mentionnées au chapitre IV m'ont permis aussi d'établir qu'il peut exister des orbites de comètes à mouvement stable dépendant de 6 constantes arbitraires d'intégration.

von Zeipel, 1910



Lidov, 1961

1962-11-01

THE ASTRONOMICAL JOURNAL

VOLUME 67, NUMBER 9

NOVEMBER 1962

Secular Perturbations of Asteroids with High Inclination and Eccentricity

YOSHIO Kozai*
Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, Massachusetts
(Received August 29, 1962)

Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity moving under the attraction of the sun and Jupiter are studied on the assumption that Jupiter's orbit is circular. After short-periodic terms in the Hamiltonian are eliminated, the degree of freedom for the canonical equations of motion can be reduced to 1.

Since there is an energy integral, the equations can be solved by quadrature. When the ratio of the semi-major axes of the asteroid and Jupiter takes a very small value, the solutions are expressed by elliptic functions.

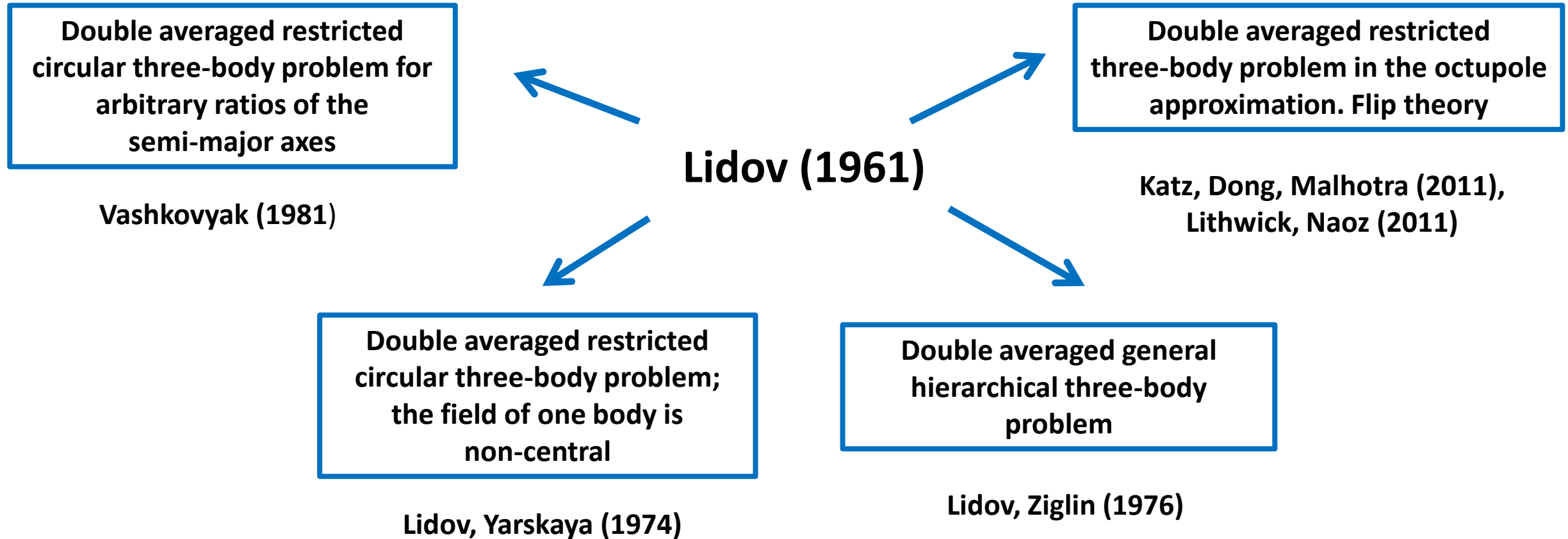
When the z component of the angular momentum (that is, Delaunay's H) of the asteroid is smaller than a certain limiting value, there are both a stationary solution and solutions corresponding to libration cases. The limiting value of H increases as the ratio of the semimajor axes increases, i.e., the corresponding limiting inclination drops from 39.2° to 1.8° as the ratio of the axes increases from 0.0 to 0.95.

Kozai, 1962

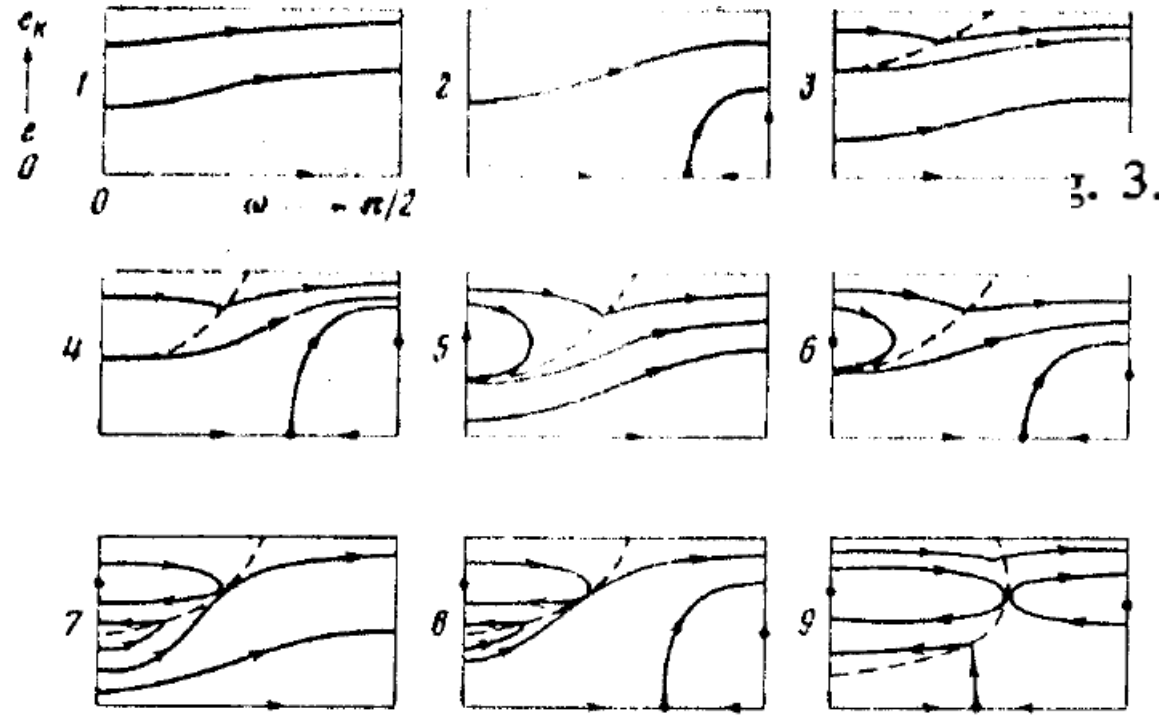
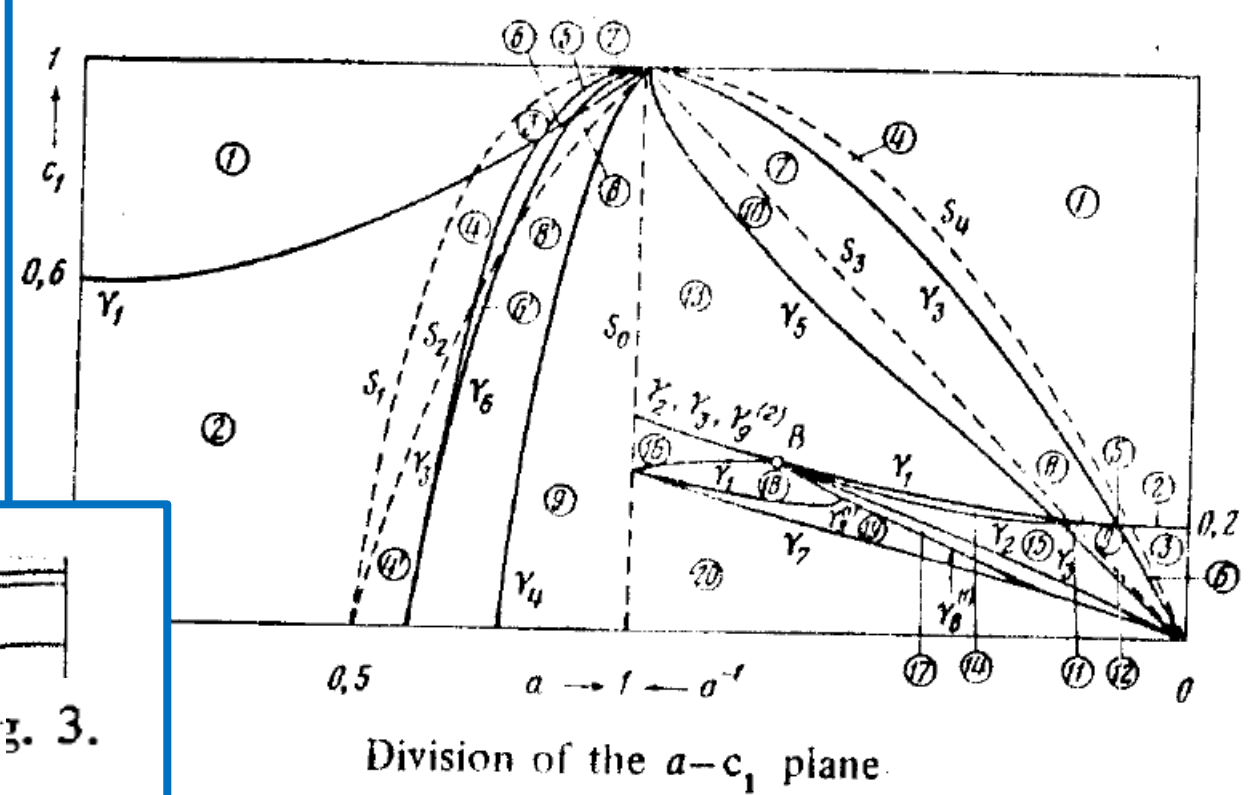
Did von Zeipel's paper remain in obscurity?

- 362 2020MNRAS.494L...6D 2020/05   
On the orbital evolution of 2020 AV₂, the first asteroid ever
observed to go around the Sun inside the orbit of Venus
de la Fuente Marcos, C.; de la Fuente Marcos, R.
- 363 2020AJ....159..101B 2020/03   
Dynamics of Planetary Systems within Star Clusters: Aspects of
the Solar System's Early Evolution
Batygin, Konstantin; Adams, Fred C.; Batygin, Yuri K. *and 1 more*
- 364 2019MEEP....7....1I 2019/11   
The Lidov-Kozai Oscillation and Hugo von Zeipel
Ito, Takashi; Ohtsuka, Katsuhito
- 365 1996MNRAS.278.108... 1996/02   
Dynamical evolution of Halley-type comets
Bailey, M. E.; Emel'Yanenko, V. V.

Further development of Lidov (1961)

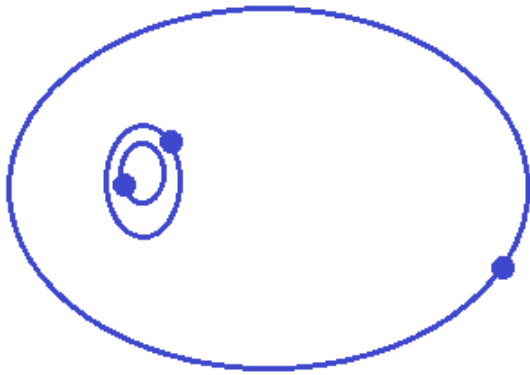


Double averaged restricted circular three-body problem for arbitrary ratios of the semi-major axes



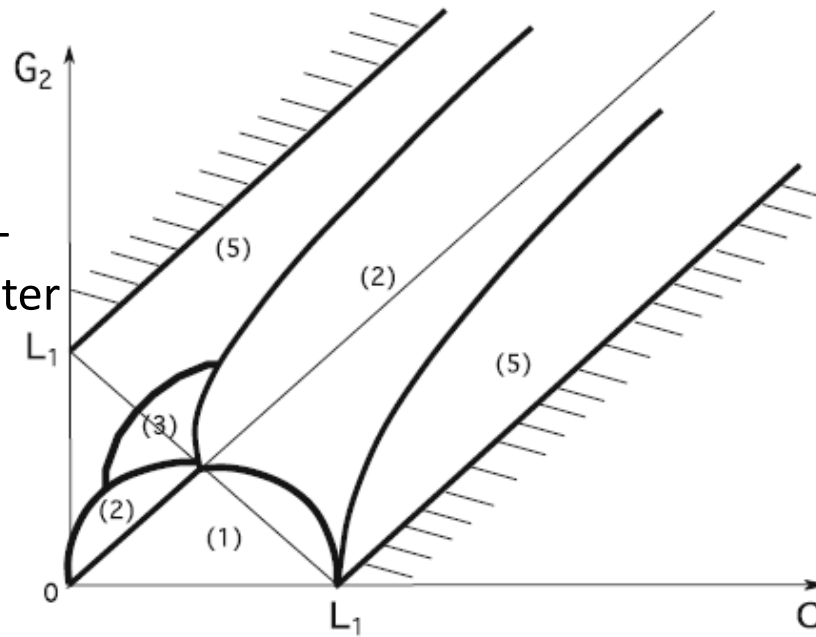
M.A.Vashkovyak (1941-2022)

Double averaged general hierarchical three-body problem

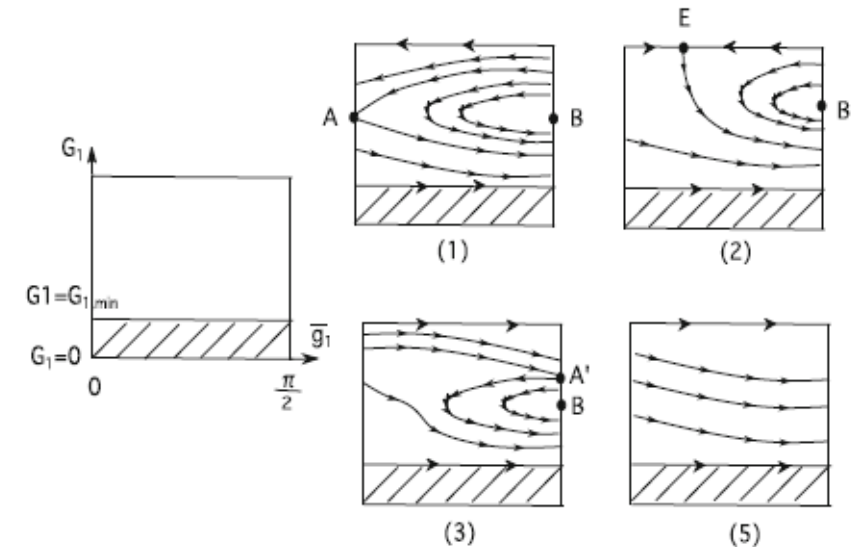


Hill case

Classification of motions: Lidov, Ziglin (1975)



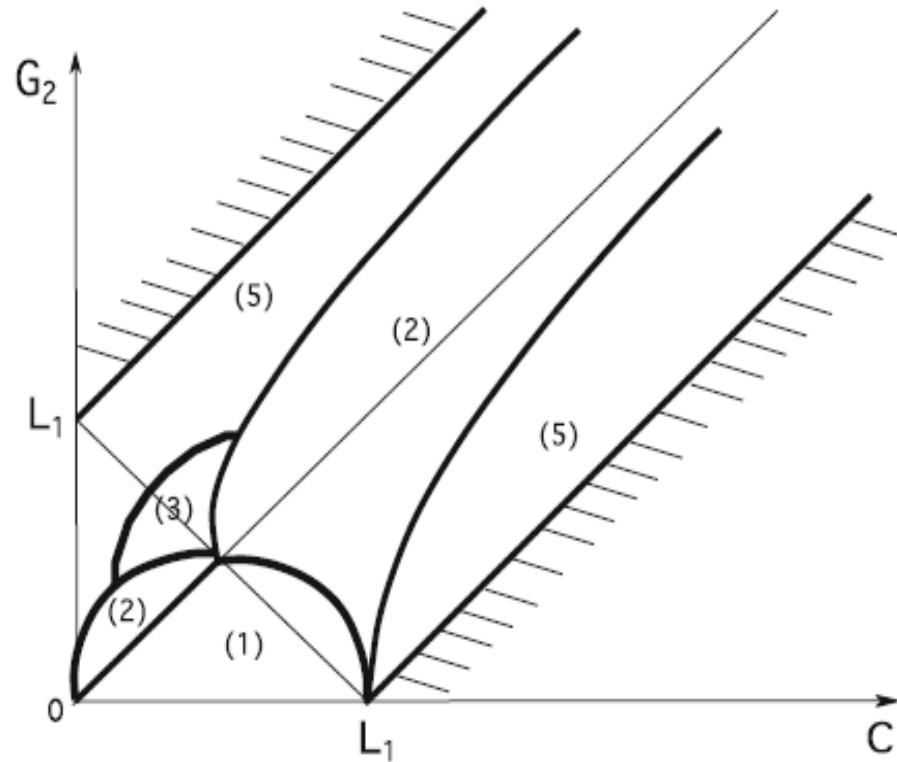
Bifurcation diagram
(Zhao, 2013)



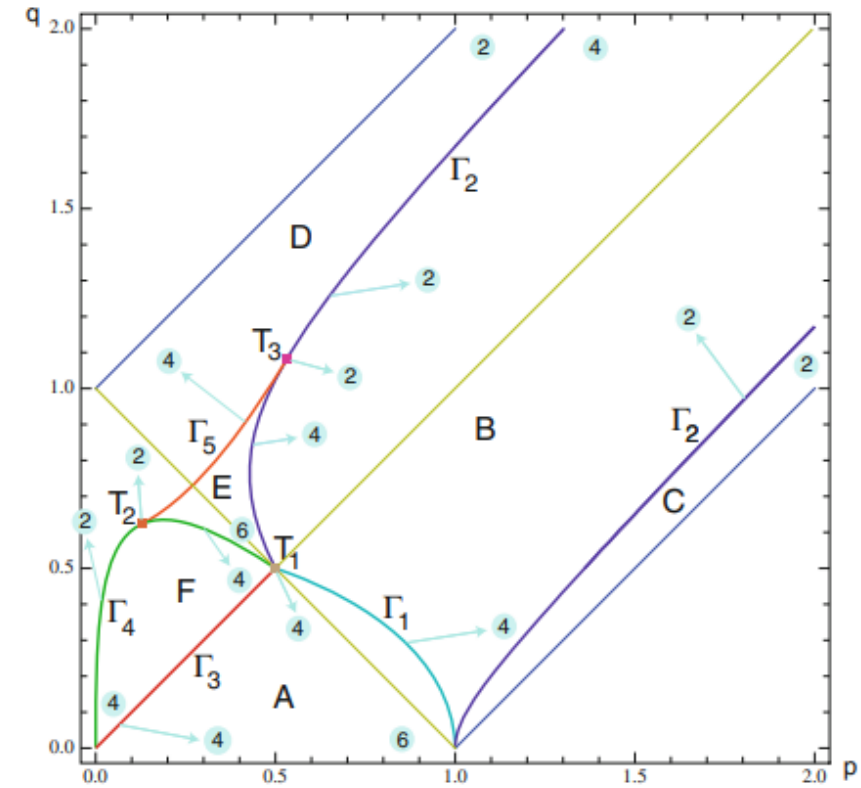
Different evolutionary pathways
of the inner pair

Double averaged general hierarchical three-body problem

Classification of motions



Bifurcation diagram
(Zhao, 2013)



Bifurcation diagram
(Palacian, Sayas, Yangus, 2013)

Research into the dynamics of telecommunications satellites

Some qualitative patterns and estimates of the orbital evolution of Molniya-1 satellites. *Cosmic Research*, 1975, Vol. 13, No. 6 (with A.A. Soloviev).

On the orbital evolution of a geostationary satellite. *Cosmic Research*, 1973, Vol. 11, No. 3 (with M.A. Vashkovyak).

On quasi-stationary stable circular orbits with a daily period. *Cosmic Research*, 1982, Vol. 20, No. 1 (with M.A. Vashkovyak).

A semi-analytical method for computing spacecraft motion near a collinear libration point. *Cosmic Research*, 1976, Vol. 14, No. 6 (with M.A. Vashkovyak and A.P. Markeev).

Studies of periodic solutions

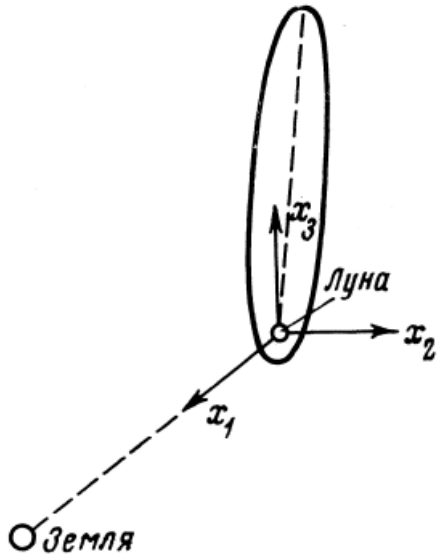
A family of spatial periodic orbits in the vicinity of the Moon and planets. *Doklady of the Academy of Sciences of the USSR*, 1977, Vol. 223, No. 6

Investigation of families of spatial periodic orbits in the three-body problem. *Cosmic Research*, 1979, Vol. 17, No. 3, p. 323 (jointly with V.Yu. Rabinovich).

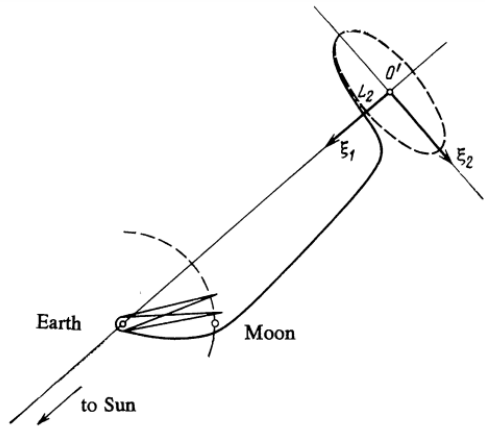
Method for constructing spatial periodic orbits in the Hill problem. *Cosmic Research*, 1982, Vol. 20, No. 6.

Families of spatial periodic orbits of the Hill problem and their stability. *Cosmic Research*, 1983, Vol. 21, No. 1 (jointly with V.A. Lyakhova).

Construction of families of three-dimensional periodic orbits of the three-body problem via KS transformations. *Proceedings of the 10th International Conference on Nonlinear Oscillations*. Varna, 1984.



Flights to collinear libration points and station-keeping of spacecraft on nearby libration-point orbits



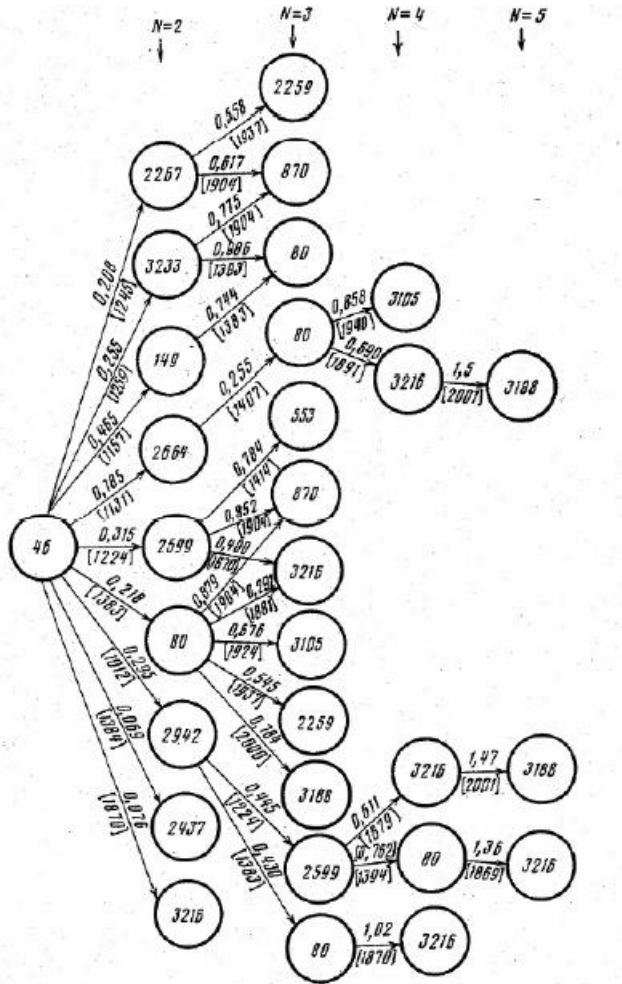
A transfer flight trajectory for a spacecraft to a halo orbit in a rotating coordinate system (projected onto the plane of the ecliptic).

Single-burn transfer to a quasi-periodic orbit near the Earth–Sun L_2 libration point and related topics. *Cosmic Research*, 1987, Vol. 25, No. 2 (in collaboration with V.A. Lyakhova and N.M. Teslenko).

Investigation of trajectories for flights to a halo orbit near the Earth–Sun L_2 libration point using the Moon's gravity. *Astronomy Letters*, 1991, Vol. 17, No. 12 (with V.A. Lyakhova and N.M. Teslenko).

Analytic method for computing motion along a halo orbit and the problem of shielding the SC from solar radiation in the Relikt-2 project. *Cosmic Research*, 1994, Vol. 32, No. 1 (with M.A. Vashkovyak and V.A. Lyakhova).

Missions to asteroids

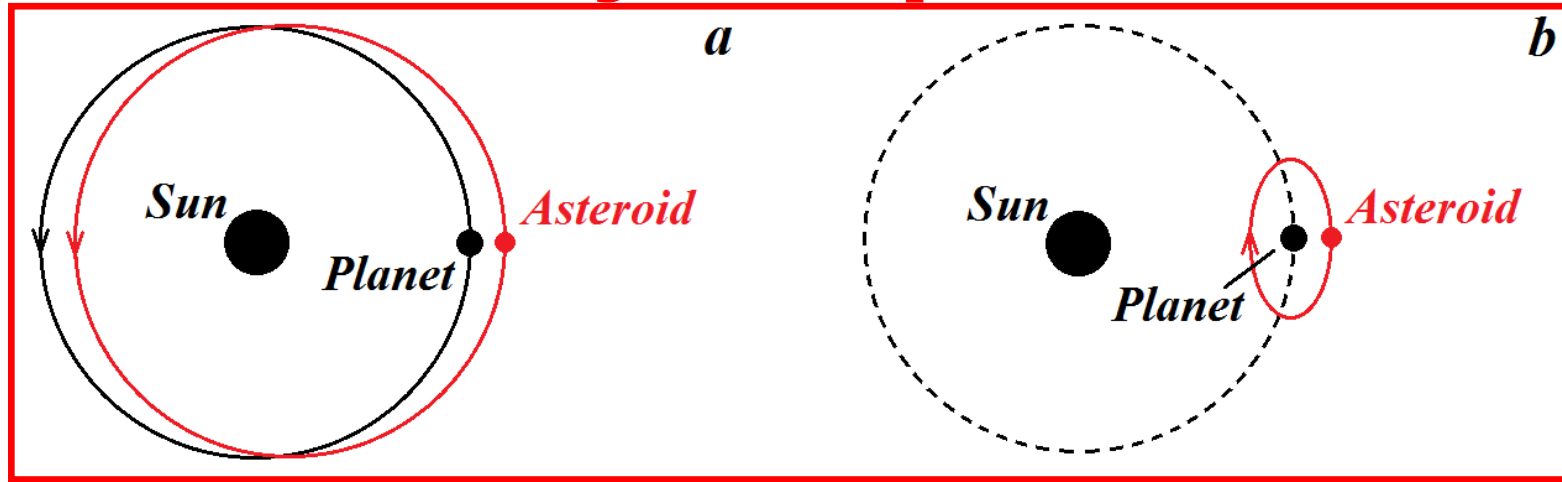


Solution of the multiple-asteroid flyby problem via an optimal-correction algorithm. *Cosmic Research*, 1988, Vol. 26, No. 4 (jointly with V.A. Zhirnov).

On the problem of encounter with several asteroids. *Cosmic Research*, 1989, Vol. 27, No. 1 (with V.A. Zhirnov).

Flights to several near-Earth asteroids (comets) using lunar gravity assist. *Astronomy Letters*, 1995, Vol. 21, No. 2 (in collaboration with N.M. Teslenko).

Study of quasi-satellite orbits



**Mean motion
resonance 1:1!**

a: Sun-centered reference frame with the orientation fixed in the absolute space. The quasi-satellite and the planet move around the Sun with the same orbital period in elliptic and in circular orbits respectively.

b: Sun-centered frame rotating with the mean orbital motion of the planet.

A.Yu.Kogan (1990): quasi-satellite orbits are the trajectories of restricted three-body problem which are (1) located far beyond the Hill's sphere surrounding the minor primary body and (2) much less distant from it than from the major primary

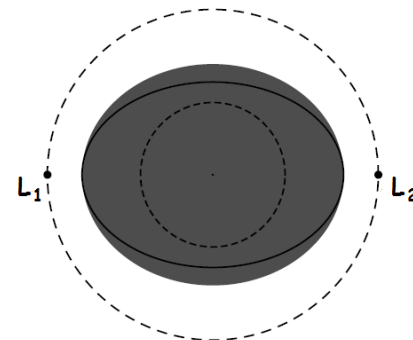
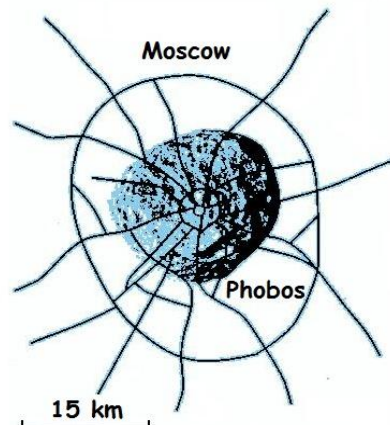
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1990dres.iafcY....K>

Study of quasi-satellite orbits

Perturbation theory and analysis of the evolution of quasi-satellite orbits in the restricted three-body problem. *Cosmic Research*, 1993, Vol. 31, No. 2 (with M.A. Vashkovyak).

On quasi-satellite orbits in the restricted elliptical three-body problem. *Astronomy Letters*, 1994, Vol. 20, No. 10 (with M.A. Vashkovyak).

On quasi-satellite orbits for the experiment aimed at refining the gravitational constant. *Astronomy Letters*, 1994, Vol. 20, No. 3 (with M.A. Vashkovyak).



Sketch of the ellipsoid representing Phobos. The interior and exterior dashed lines are, respectively, the region of influence and the Hill sphere



Spacecraft "Phobos"

Study of the effect of solar radiation pressure on spacecraft motion

Secular effects of orbital evolution under the influence of light pressure. *Cosmic Research*, 1969, Vol. 7, No. 4,

Method for accounting for the effect of light pressure forces in the semi-analytical computation of satellite motion. In: *Mathematical Support of Space Experiments*. Moscow: Nauka, 1978, pp. 149 (with E.Ya. Ivanova).

Lidov — a pioneer of the theory of guaranteed estimation

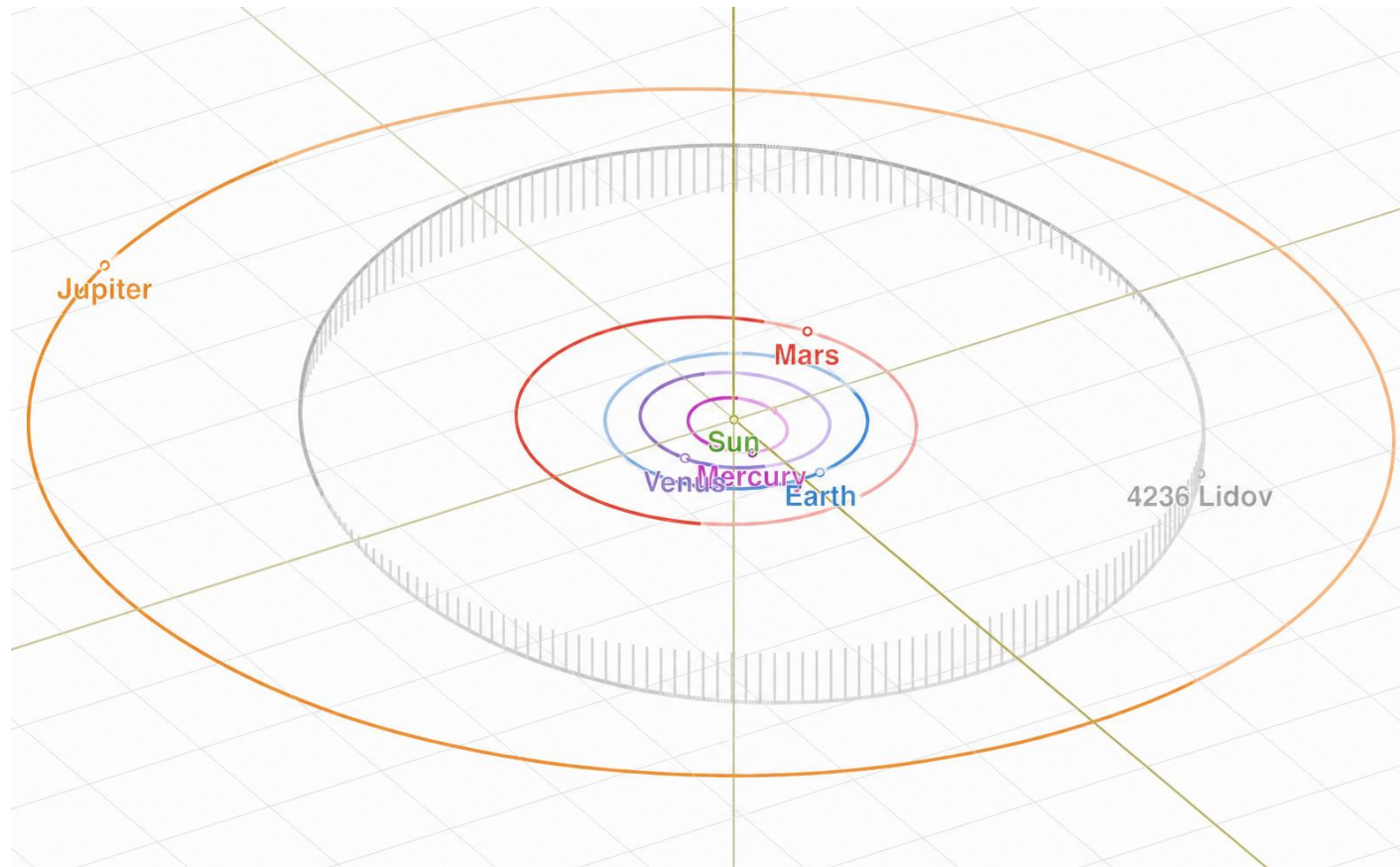
On a priori estimates of the accuracy of parameter estimation using the least-squares method. *Cosmic Research*, 1964, Vol. 2, No. 5

Minimax methods for estimation. *KIAM Preprint 71*, 2010.

The fundamental problems of minimax estimation are described and the solving methods are set forth. The linear programming based solutions (Ch. I) are proposed for the minimax estimation problem under uncertain correlation of measurement errors (Ch. II), for the problem of generalized impulse correction (Ch. III), and for the problem of the optimal design of measurement experiments (Ch. IV). In concluding comments a comparison of the author's results with the investigations of other researchers is presented.

CONCLUSION

M.L. Lidov possessed a unique combination of depth of theoretical analysis and efficiency in solving applied problems.



(4236) Lidov

Thank you for your attention!



Link to the chronological index of Lidov's works

The glass of tea



Early 1960s. A meeting concerning the R-500 (Proton) launch vehicle project.