Эффект Батракова

И.И.Шевченко

СПбГУ – ИПА РАН



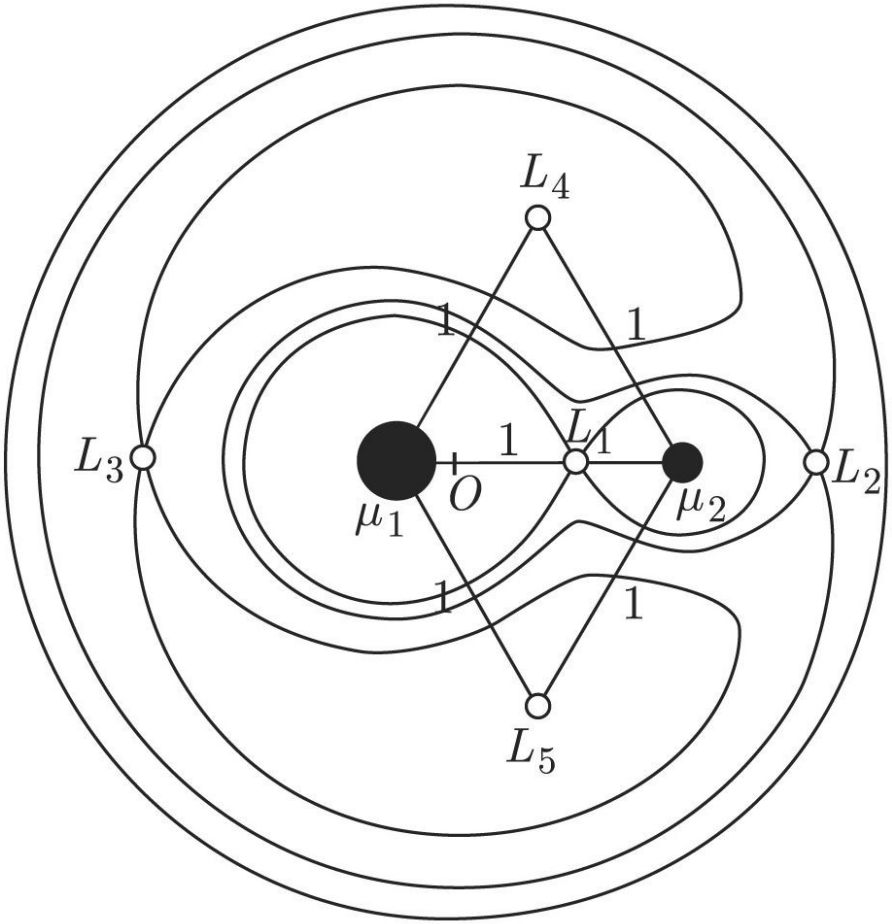
Начало космической эры

50-е и 60-е годы

Точки либрации Батракова–Абалакина
Эффект Лидова–Козаи
Уравнение Белецкого
Задача Ситникова
Теорема Колмогорова
Диффузия Арнольда
Интегралы Мельникова
Критерий перекрытия резонансов Чирикова
Стандартное отображение Чирикова

Точки либрации Батракова–Абалакина

Ограниченная задача трех тел



$$n^2\left(x^2+y^2\right)+2\left(\frac{\mu_1}{r_1}+\frac{\mu_2}{r_2}\right)=C_{\mathrm{J}}$$

Лагранжевы точки либрации и кривые нулевой скорости для трех значений константы Якоби (3.805, 3.552, 3.197), проходящие через точки L_1, L_2 и L_3 при $\mu_2 = 0.2$. (К.Мюррей, С.Дермотт, 2009.)

Бюллетень Института Теоретической Астрономии

Т. VI 1957 № 8 (81)

Периодические движения частицы в поле тяготения вращающегося трехосного эллипсоида

Ю. В. Батраков

Рассматривается движение частицы с массой, равной нулю, под действием притяжения однородного трехосного эллипсоида, мало отличающегося от сферы того же объема. Эллипсоид равномерно вращается вокруг одной из осей симметрии.

Показано существование периодических решений третьего, второго и первого сортов в рассматриваемой задаче.

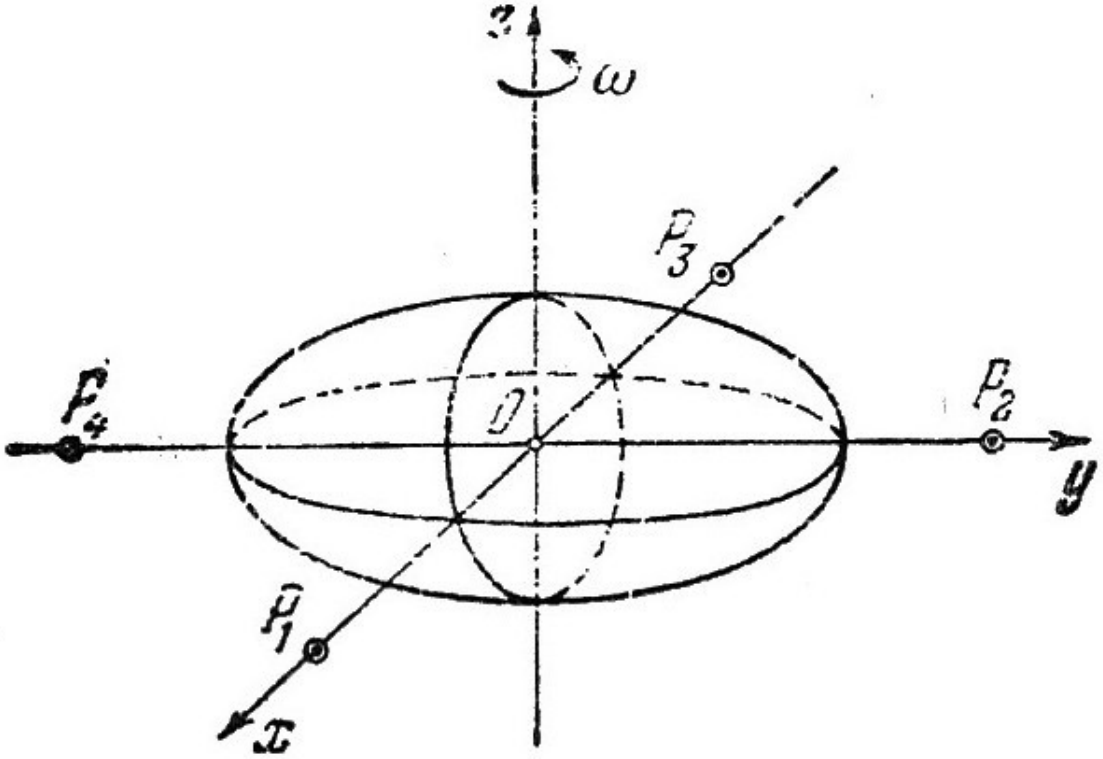


Рис. 47. Точки либрации в окрестности вращающегося гравитирующего эллипсоида.

Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике (М.: Наука, 1978).

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2\omega\frac{dy}{dt} - \omega^2 x = \frac{\partial V}{\partial x},$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\omega\frac{dx}{dt} - \omega^2 y = \frac{\partial V}{\partial y},$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\partial V}{\partial z},$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$V = \frac{3}{4} fM \int_u^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{c^2+s}\right) \frac{ds}{\sqrt{(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)}},$$

где f — гравитационная постоянная, а u — положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+u} + \frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{c^2+u} = 1$$

$$a^2 = R^2 + \alpha', \; b^2 = R^2 + \beta', \; c^2 = R^2 + \gamma'$$

$$V = \frac{fM}{\rho} + \frac{3}{10} fM \frac{\alpha' x^2 + \beta' y^2 + \gamma' z^2}{\rho^5} + \dots$$

$$\tau = \omega t, \quad \xi = x \cdot a_0^{-1}, \quad \eta = y \cdot a_0^{-1}, \quad \zeta = z \cdot a_0^{-1},$$

$$a_0^3 \omega^2 = fM$$

$$\frac{3}{10} \frac{\alpha'}{a_0^2} = \varepsilon\alpha, \quad \frac{3}{10} \frac{\beta'}{a_0^2} = \varepsilon\beta, \quad \frac{3}{10} \frac{\gamma'}{a_0^2} = \varepsilon\gamma$$

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} - 2\frac{d\eta}{d\tau} - \xi = \frac{\partial \overline{V}}{\partial \xi},$$

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + 2\frac{d\xi}{d\tau} - \eta = \frac{\partial \overline{V}}{\partial \eta},$$

$$\frac{d^2\zeta}{d\tau^2} = \frac{\partial \overline{V}}{\partial \zeta},$$

$$\overline{V} = \frac{1}{r} + \varepsilon \frac{\alpha\xi^2 + \beta\eta^2 + \gamma\zeta^2}{r^5} + \ldots, \quad r^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial \xi} + \xi = 0, \quad \frac{\partial \overline{V}}{\partial \eta} + \eta = 0, \quad \frac{\partial \overline{V}}{\partial \zeta} = 0.$$

$$\xi - \frac{\xi}{r^3} + \xi\left[\varepsilon\left(\frac{2\alpha}{r^5} - 5\frac{\alpha\xi^2+\beta\eta^2+\gamma\zeta^2}{r^7}\right)+\ldots\right] = 0,$$

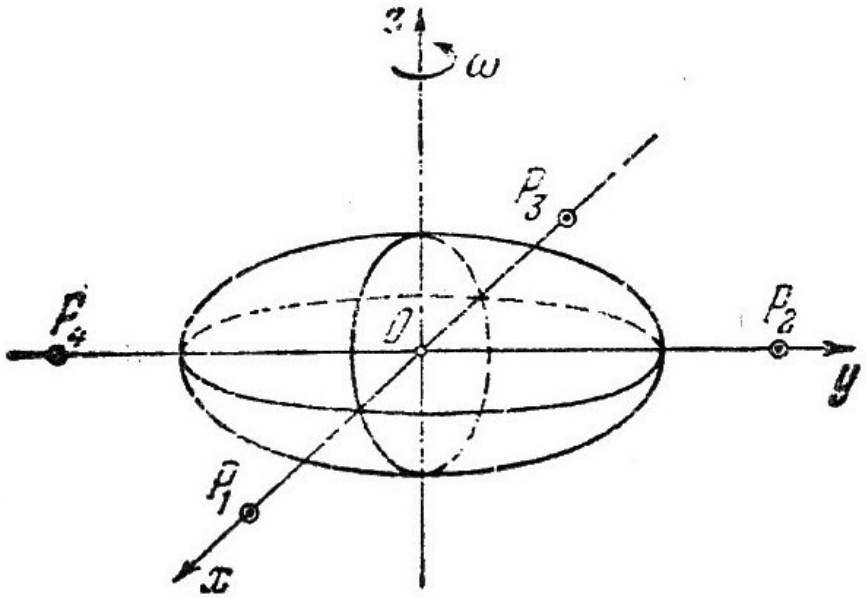
$$\eta - \frac{\eta}{r^3} + \eta\left[\varepsilon\left(\frac{2\beta}{r^5} - 5\frac{\alpha\xi^2+\beta\eta^2+\gamma\zeta^2}{r^7}\right)+\ldots\right] = 0,$$

$$-\frac{\zeta}{r^3} + \zeta\left[\varepsilon\left(\frac{2\sigma}{r^5} - 5\frac{\alpha\xi^2+\beta\eta^2+\gamma\zeta^2}{r^7}\right)+\ldots\right] = 0.$$

$$\xi\left\{1 - \frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^{3/2}} + \varepsilon\left[\frac{2\alpha}{(\xi^2+\eta^2)^{5/2}} - \frac{\alpha\xi^2+\beta\eta^2}{(\xi^2+\eta^2)^{7/2}}\right]+\ldots\right\} = 0,$$

$$\eta\left\{1 - \frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^{3/2}} + \varepsilon\left[\frac{2\beta}{(\xi^2+\eta^2)^{5/2}} - \frac{\alpha\xi^2+\beta\eta^2}{(\xi^2+\eta^2)^{7/2}}\right]+\ldots\right\} = 0,$$

$$P_1 : \xi_0 = 1 + \varepsilon\alpha + \dots , \quad \eta_0 = 0, \quad \zeta_0 = 0;$$
$$P_2 : \xi_0 = 0, \quad \eta_0 = 1 + \varepsilon\beta + \dots , \quad \zeta_0 = 0;$$
$$P_3 : \xi_0 = -1 - \varepsilon\alpha - \dots , \quad \eta_0 = 0, \quad \zeta_0 = 0;$$
$$P_4 : \xi_0 = 0, \quad \eta_0 = -1 - \varepsilon\beta - \dots , \quad \zeta_0 = 0.$$



Бюллетень Института Теоретической Астрономии

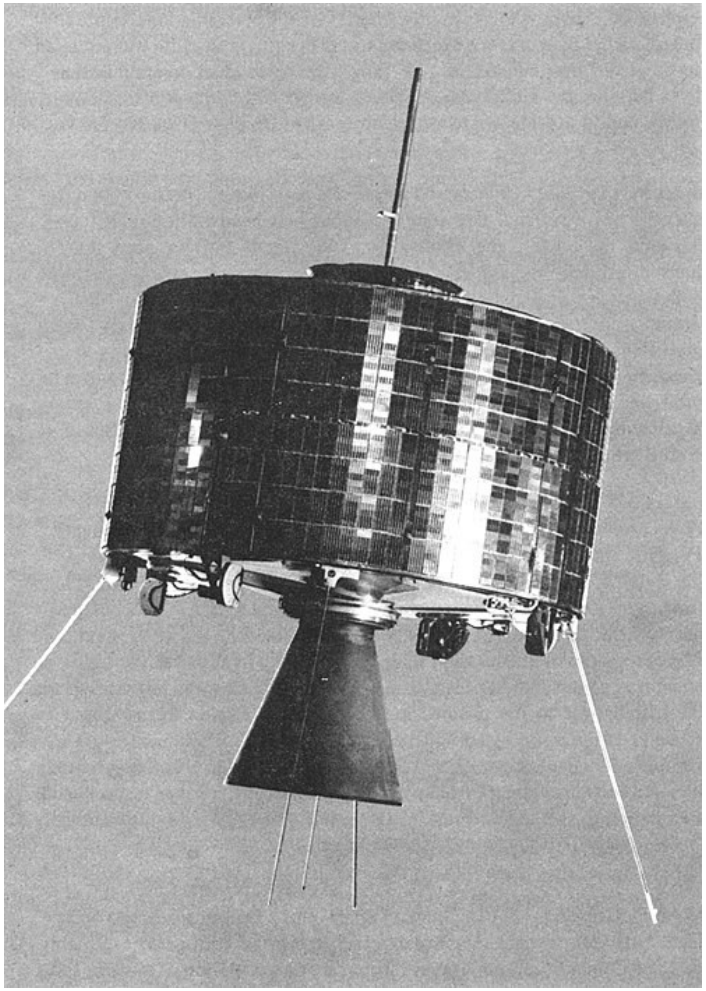
Т. VI 1957 № 8 (81)

К вопросу об устойчивости точек либрации в окрестности вращающегося гравитирующего эллипсоида

В. К. Абалакин

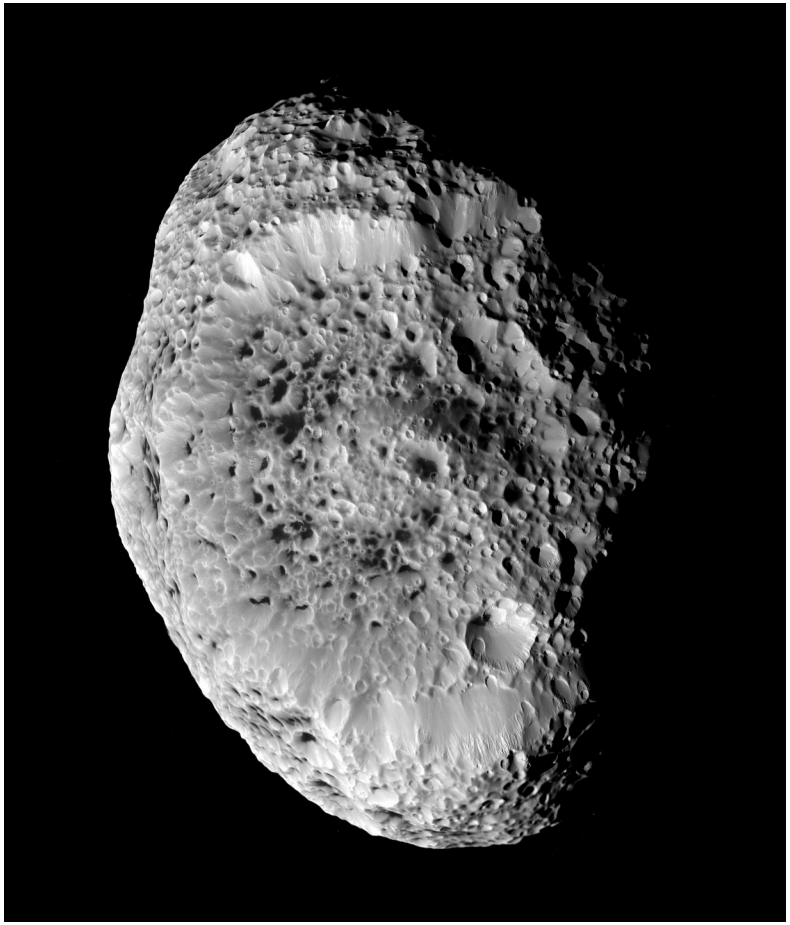
Исследуется устойчивость точек либрации в случае движения частицы в поле тяготения вращающегося эллипсоида. Точки либрации, лежащие на продолжениях малой оси экваториального сечения эллипсоида, устойчивы в первом приближении; точки либрации, расположенные в направлении большой оси, неустойчивы. Найдены три семейства периодических орбит, размеры которых зависят от одного параметра.

Syncom-3





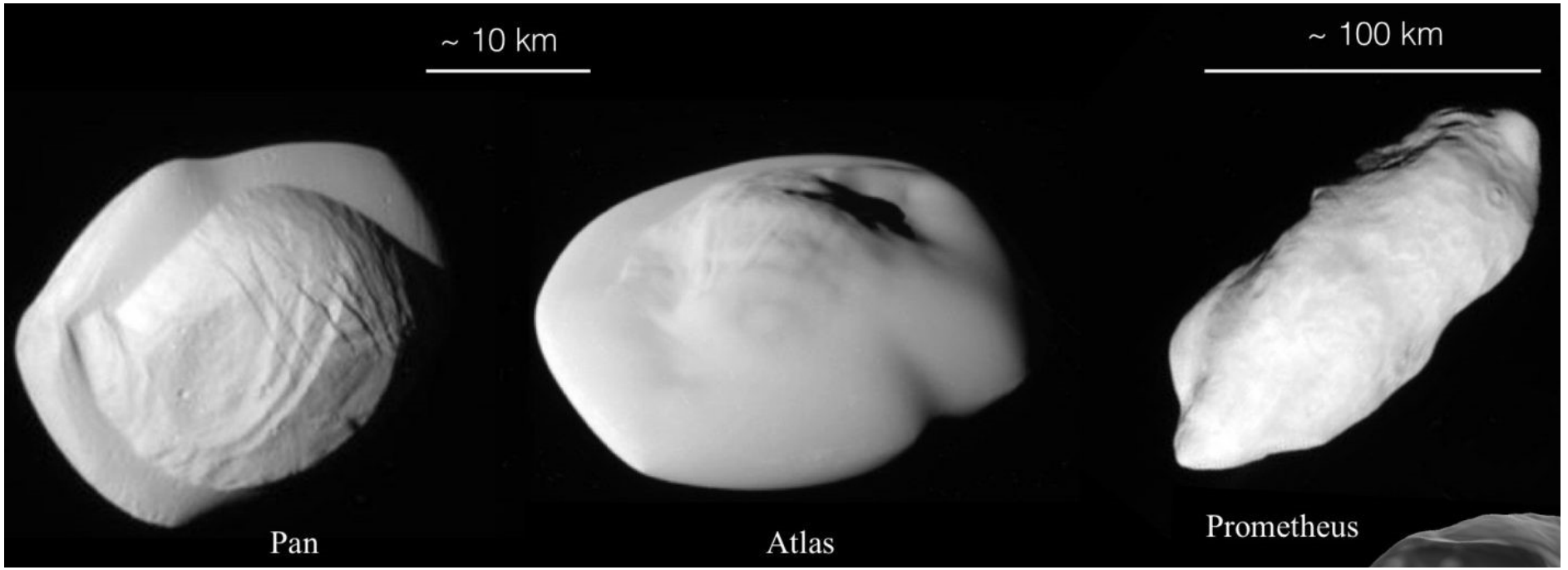
Гиперион



$D \approx 350$ км

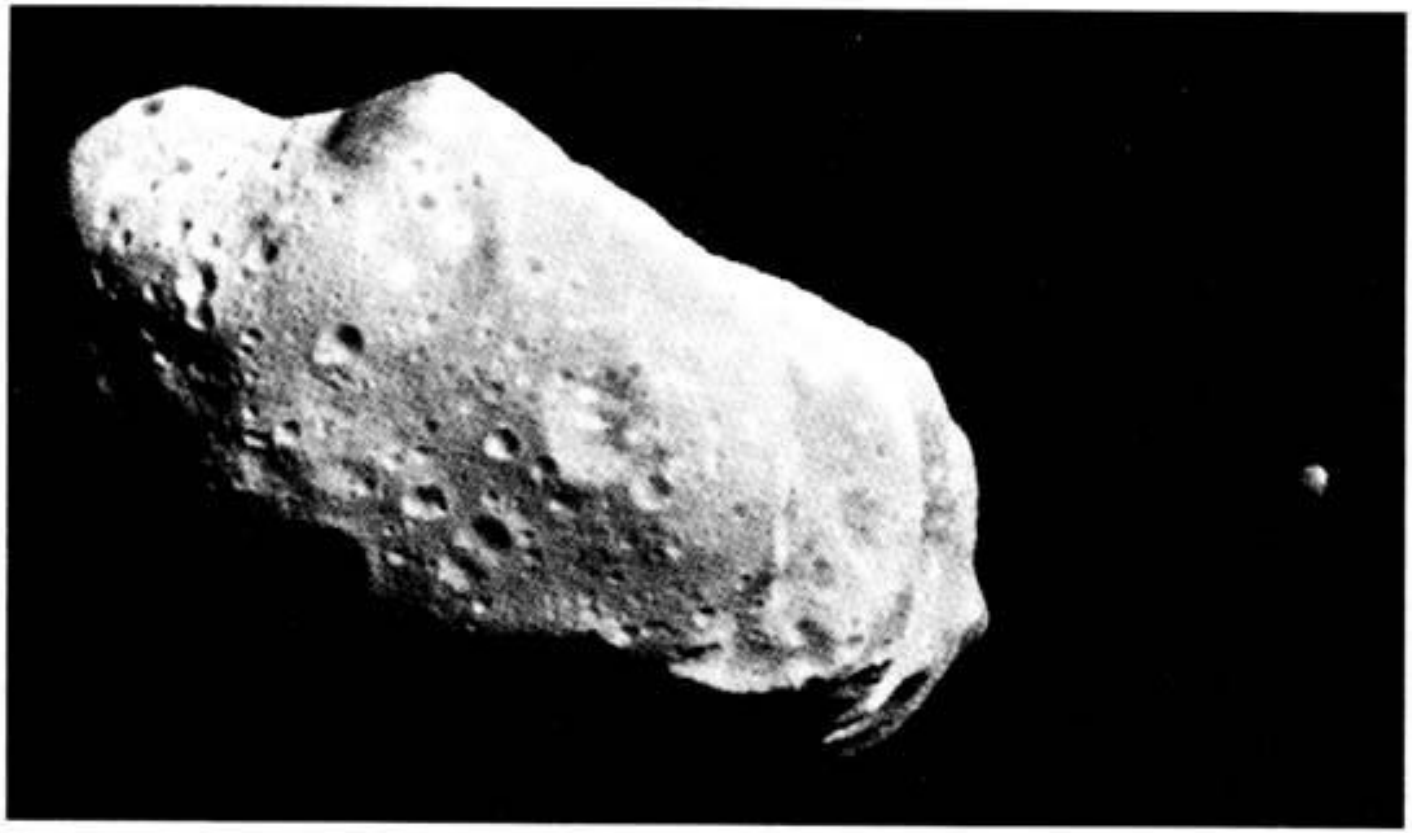
Источник: NASA/JPL

Малые спутники Сатурна



Источник: NASA/JPL

Астероид (243) Ида



243 Ida and its moon Dactyl
(an image taken by the *Galileo* probe, NASA/JPL, 1993)

$D \approx 56$ км, 1.4 км

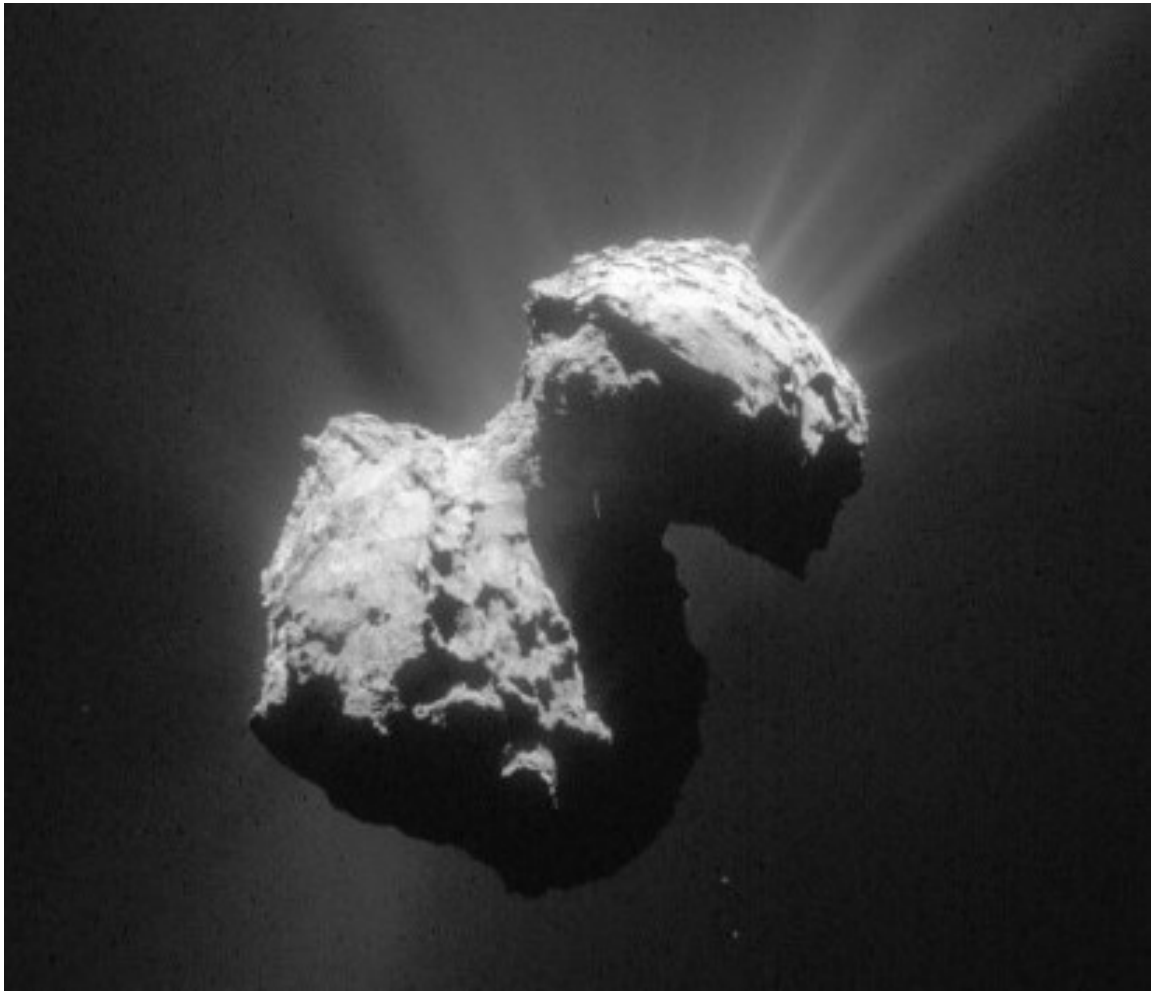
1I ´Oumuamua



$D \approx 20 \times 2$ км

Источник: NASA/JPL

Ядро кометы 67P/Чурюмова–Герасименко



Источник: Wikimedia

$D \approx 4$ км + 3 км

THO MU69 2014 (Аррокот)



Источник: NASA/JPL

$D \approx 21$ км + 15 км

Распределение астероидов вблизи резонансов

Бюллетень Института Теоретической Астрономии
Т. VI 1958 № 9 (82)

О распределении средних движений астероидов вблизи соизмеримостей

Ю. В. Батраков

Показывается, что распределение астероидов по средним суточным движениям несимметрично относительно точных соизмеримостей: большинство астероидов вблизи соизмеримостей имеет среднее суточное движение, превышающее значения, точно соизмеримые со средним движением Юпитера (табл. 2). Вследствие такой особенности распределения центры пустот и разрежений в кольце астероидов смещены от точных соизмеримостей в сторону Юпитера. Показывается, что аналогичный эффект имеет место и в кольце Сатурна (табл. 3).

ON THE DISTRIBUTION OF THE MEAN MOTIONS OF ASTEROIDS NEAR THE COMMENSURABILITIES, by *J. W. Batrakov*. — It is found that the mean motions of asteroids are distributed asymmetricaly as related to the exact commensurabilities with the mean motion of Jupiter. The mean motions. of most asteroids disposed near the commensurabilities exceed the corresponding values of exact commensurability (tabl. 2). Owing to such a distribution peculiarity the centres of gaps in the asteroid ring are displaced from the exact commensurability points towards the Jupiter's orbit. It is shown that the analogous effect occurs in the Saturn's ring (tabl. 3).

Таблица 2

$p-q$	p/q	n_0	Δn	N_i	N_a	φ_i	φ_a
1	4/3	398″.837	20″	1	0		
	3/2	448.698	20	16	3		
	2/1	598.256	20	38	3		
2	5/3	498.547	20	1	1		
	3/1	897.384	20	15	16	7°.67	9°.10
			15	10	5		
			10	4	0		
3	7/4	523.474	10	2	0		
	5/2	747.820	10	21	7	7.97	8.29
			7	9	3		
4	9/5	538.430	10	5	3	5.13	4.97
			7	4	1		
	7/3	697.965	10	10	17		
			7	8	7	5.29	7.53
			5	5	3		
5	11/6	548.402	5	2	2	6.62	4.47
	9/4	673.038	5	40	10	5.23	8.20
			3	14	2		
	8/3	797.675	5	17	9	8.24	8.97
			3	9	4		
	7/2	1046.948	5	12	4	8.63	8.61
			3	4	4		
6	13/7	555.523	5	7	2	4.12	6.63
			3	3	2		
	11/5	658.082	5	17	11	8.27	9.57
			3	9	3		

Динамика астероидов

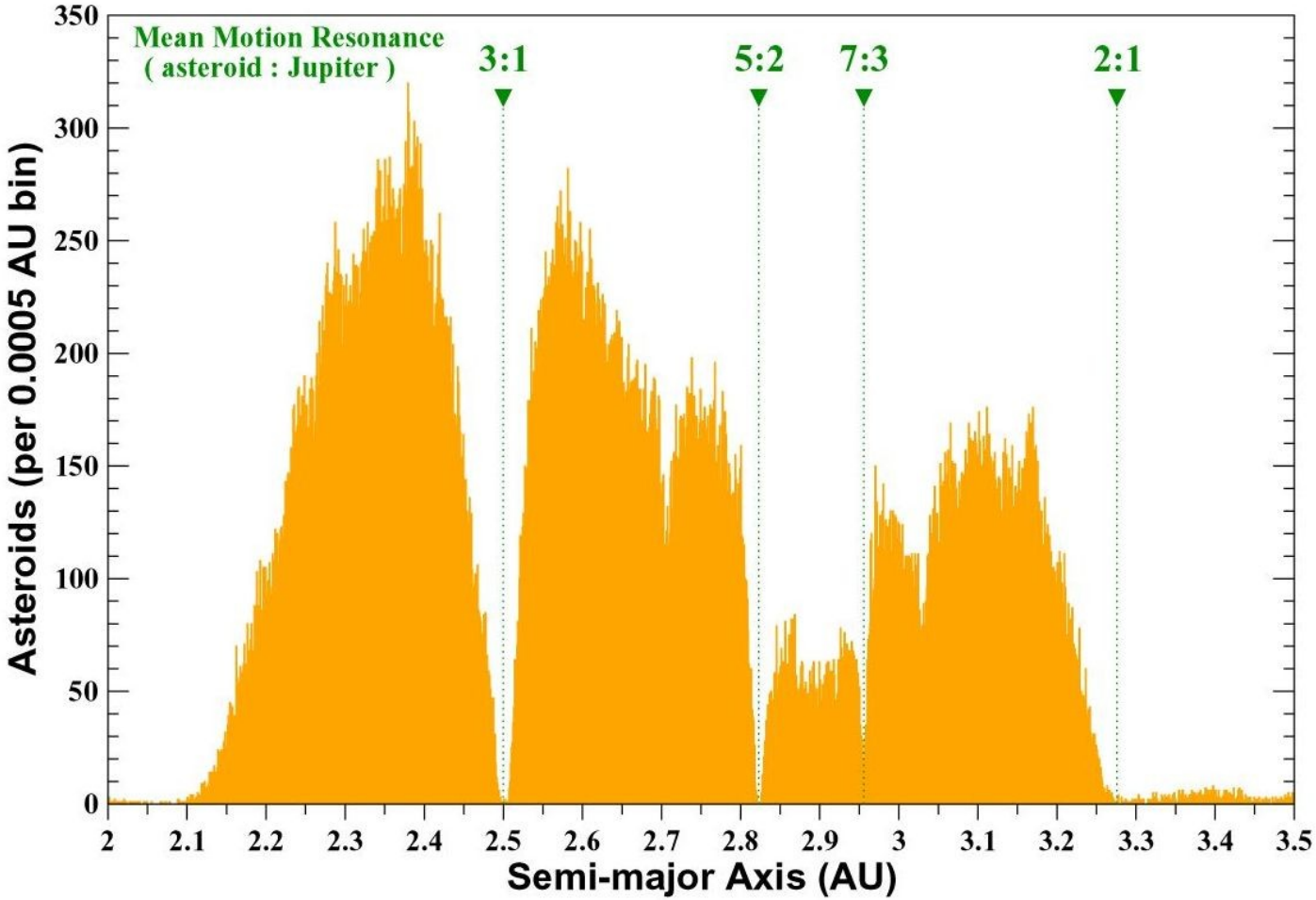


Figure 22: The differential distribution of the main-belt asteroids in semimajor axis (number of objects per 0.0005 AU). Several major Jovian resonances are indicated by arrows (Credits: NASA/JPL/Caltech/Alan Chamberlain 2007)

Начало космической эры

1958 – 1959 гг.

Распределение астероидов вблизи резонансов (Ю.В.Батраков, 1958)

Критерий перекрытия резонансов (Б.В.Чириков, 1959)

Динамика астероидов

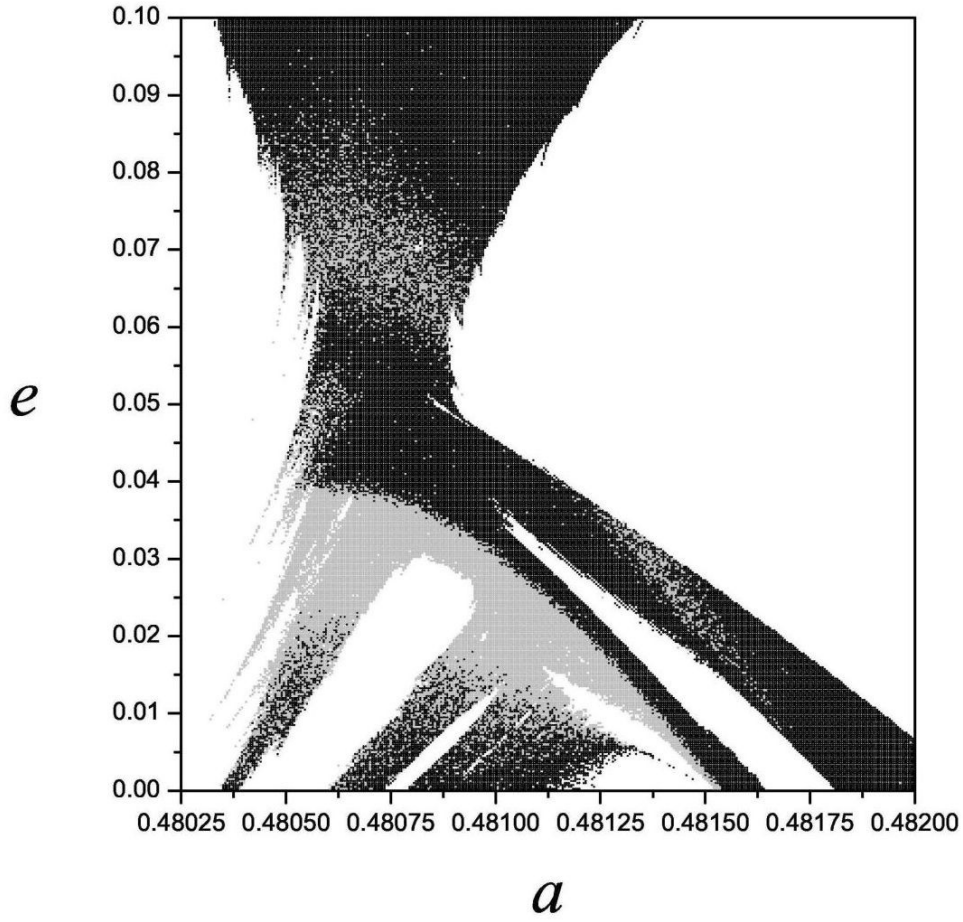


Figure 23: Vicinities of the 3/1 mean motion resonance with Jupiter at Jovian eccentricity fixed at $e_J = 0.048$; a and e are the starting values of asteroidal semimajor axis (in Jovian units) and eccentricity. Chaotic orbits with jumps of eccentricity are marked in black; chaotic orbits without such jumps ($e < 0.2$) are marked in grey (Figure 1b from Shevchenko 2002b)

Динамика астероидов

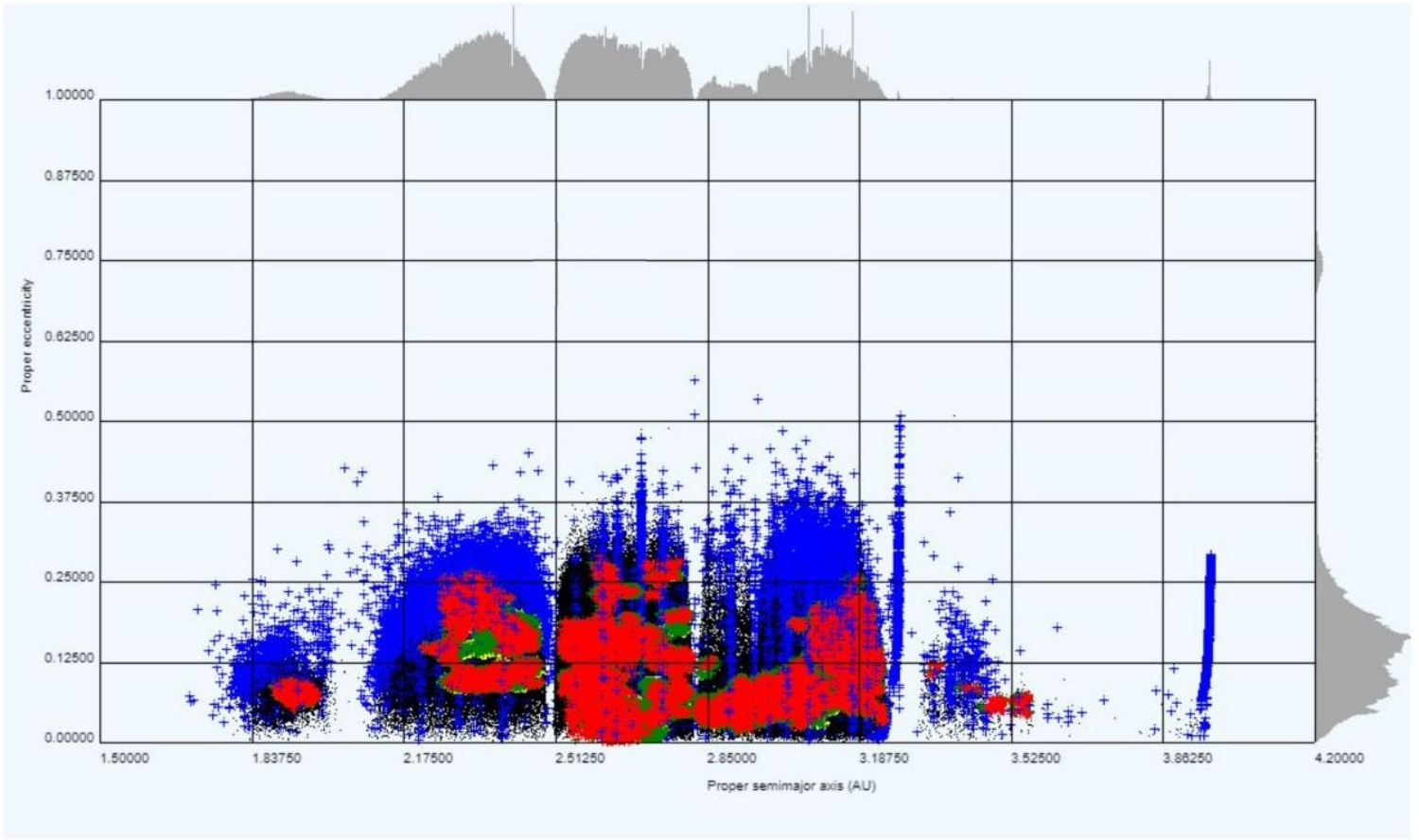


Figure 27: The two-dimensional distribution of asteroids in the "semimajor axis – eccentricity" proper elements. Blue: resonant asteroids. Black: non-resonant asteroids. Red, yellow, and green: members of asteroid families in various definitions (Credits: AstDyS 2020)

Динамика астероидов

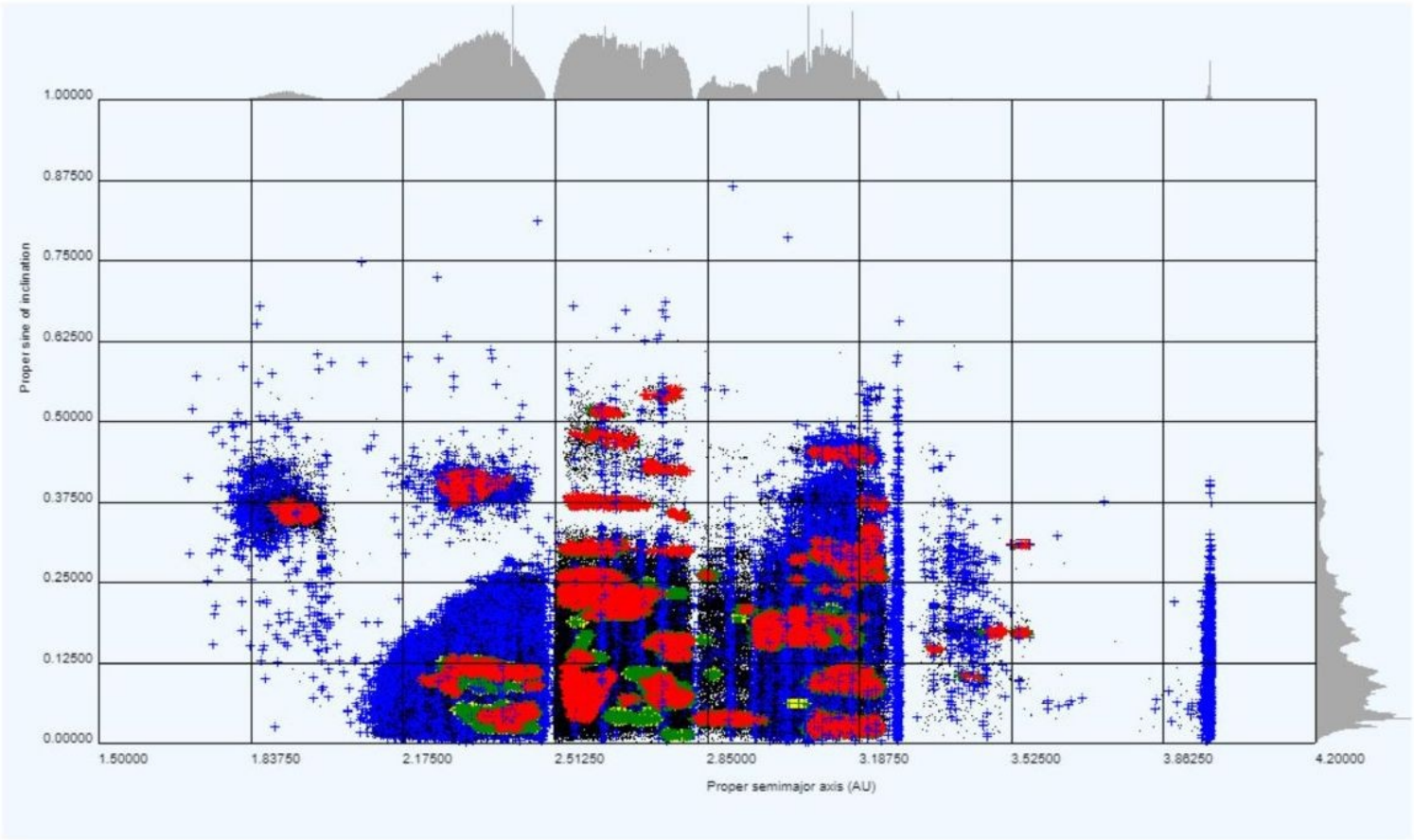


Figure 28: The two-dimensional distribution of asteroids in the "semimajor axis – sine of inclination" proper elements. The colour designations are the same as in Fig. 27 (Credits: AstDyS 2020)

Спасибо за внимание!