ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ УСТОЙЧИВОСТИ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ПРИ ПОИСКЕ ЭКЗОЛУН

А. В. Мельников[1,2]

[1] Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
196140, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, 65/1
[2] Институт прикладной астрономии РАН,
191187, Санкт-Петербург, наб. Кутузова, 10

17 августа 2026 г.

Солнечная система:

- планеты — 8,
- спутники планет — 461,
- астероиды (включая ТНО и карликовые планеты) — 1 556 258,
- кометы (включая фрагменты) — 4 071.

Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Итого
1	2	115	293	29	16	456

У карликовой планеты Плутон найдено 5 спутников.

Согласно данным JPL Solar System Dynamics (https://ssd.jpl.nasa.gov/) на 17.08.2026.

Другие планетные системы:

- планеты — 6 469,
- планетные системы — 4 852 (мультипланетные 1073),
- спутники планет — 2 кандидата (Kepler-1625b-I и Kepler-1708b-I).

Согласно данным http://exoplanet.eu/ на 17.08.2026.

Спутники планет

- Солнечная система (8 планет) — 456 спутников.
- Планеты ($> 6\,000$) у других звезд — ? (2 «экзолуны»).

Основные мотивы для исследования планетных систем:

- Исследуя планетные системы (планеты и их спутники) мы познаем процесс формирования и эволюции Солнечной системы. Имеется большое многообразие физических и орбитальных параметров у планет и их лун.
- На спутниках могут поддерживаться более подходящие для существования жизни условия, чем на их родительских планетах. Спутников должно быть существенно больше, чем планет.

Цель настоящего исследования:

Рассмотреть применимость критериев для определения параметров (размеров) устойчивой орбиты спутника планеты при поиске и исследовании динамики экзолун.

Анализ: переменности времен транзитов — метод TTVs (transit timing variations), переменности продолжительности транзитов — метод TDVs (transit duration variations), переменности радиуса транзитов — метод TRVs (transit radius variations).

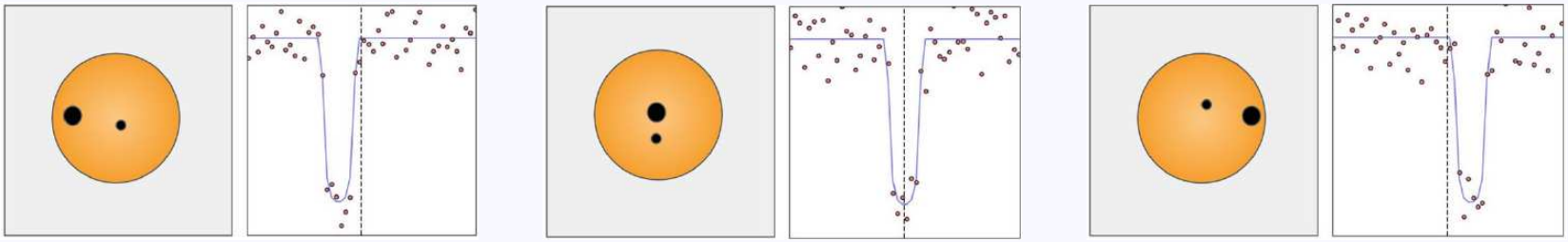


Рисунок из работы A.Teachey (H.J.Deeg, J.A.Belmonte (eds.), Handbook of Exoplanets, 2025).

$$\mathrm{TTV} = \left[\frac{a_\mathrm{m} m_\mathrm{m} P_\mathrm{p}}{2\pi a_\mathrm{p} M_\mathrm{p}}\right] \cos f_\mathrm{m}, \quad \delta_\mathrm{TTV} = \frac{a_\mathrm{m} m_\mathrm{m} P_\mathrm{p}}{a_\mathrm{p} M_\mathrm{p} \sqrt{2\pi}}$$

$$\mathrm{TDV} = \tau \left[\frac{a_\mathrm{m} m_\mathrm{m} P_\mathrm{p}}{a_\mathrm{p} M_\mathrm{p} P_\mathrm{m}}\right] \sin f_\mathrm{m}, \quad \delta_\mathrm{TDV} = \tau \frac{a_\mathrm{m} m_\mathrm{m} P_\mathrm{p}}{a_\mathrm{p} M_\mathrm{p} P_\mathrm{m} \sqrt{2\pi}}$$

f_m — истинная аномалия экзолуны, τ — длительность транзита.

Инструменты: космические телескопы — *Kepler* (2009 – 2018 гг.), TESS (2018 г. – н.в.), PLATO (2027 г.); Hubble Space Telescope (1990 г. – н.в.), James Webb Space Telescope (2021 г. – н.в.).

Кандидаты в экзолуны и «обнаруженные» спутники экзопланет:

Cuntz и др. (2013, PASA, 30, e033) — спутник у планеты HD 23079b,
Teachey и др. (2018, Astron. J., 159, 142) — спутник у планеты Kepler-1625b,
Oza и др. (2019, Astrophys. J., 885, 168) — спутник у планеты WASP-49b,
Fox и Wiegert (2021, MNRAS, 501, 2378) — 8 планет с экзолунами,
Kipping и др. (2022, Nature, 6, 367) — спутник у планеты Kepler-1708b,
Harada и др. (2023, Astron. J., 166, 208) — спутник у планеты HIP 41378f.

«Нептун»

Teachey и др., “HEK. VI. On the Dearth of Galilean Analogs in Kepler, and the Exomoon Candidate Kepler-1625b I” // Astron. J, 155, 1, 36, 2018.

«Суперземля»

Kipping, “An exomoon survey of 70 cool giant exoplanets and the new candidate Kepler-1708 b-i” // Nature Astron., 6, 367, 2022.

Параметры планетных систем и экзолун
(Moraes и др., 2023, MNRAS, 520, 2, 2163)

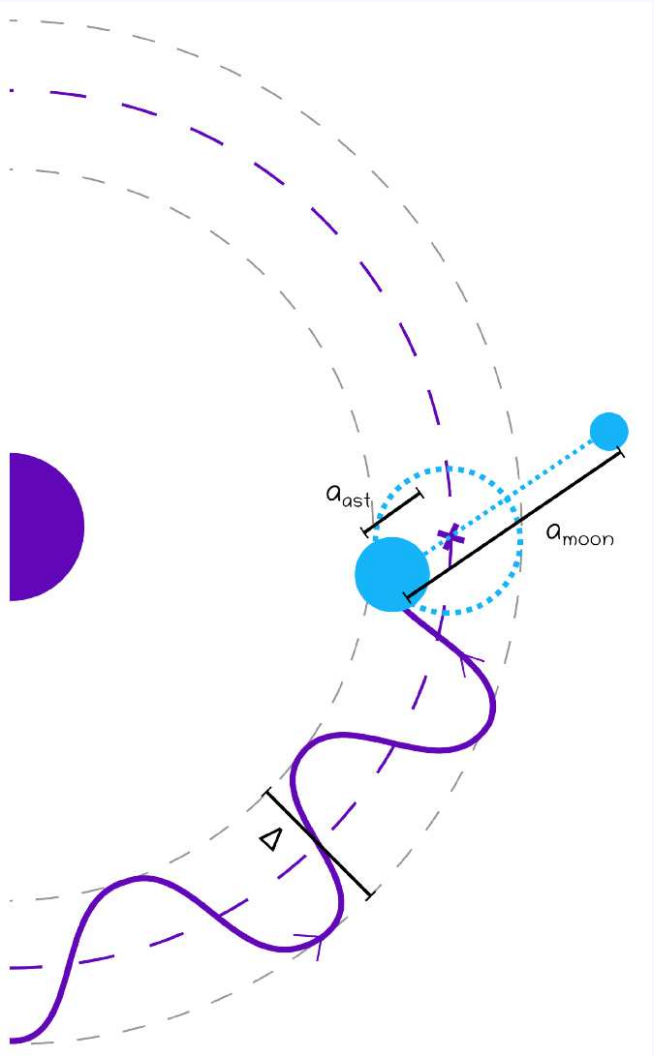
System	$M_\star$ $M_\odot$	$R_\star$ $R_\odot$	M_p M_J	R_p R_J	a_p ua	M_s $M_\oplus$	R_s $R_\oplus$	a_s R_p
Kepler-1625	1.079	1.793	3.0	1.18	0.87	17.15	3.865	40.0
Kepler-1708	1.1	1.1	0.81	0.89	1.64	5.0	2.61	11.7

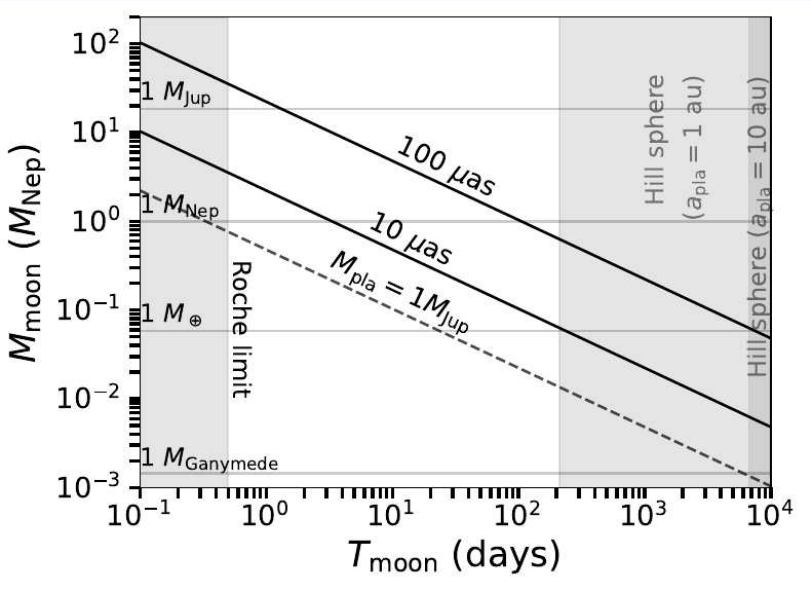
Экзолуны Kepler-1625b-I и Kepler-1708b-I: «За» и «Против»

- Teachey и Kipping, “Evidence for a large exomoon orbiting Kepler-1625b” // Sci. Adv., 4, 10, eaav1784, 2018.
- Moraes и Vieira Neto, “Exploring formation scenarios for the exomoon candidate Kepler 1625b I”, MNRAS, 495, 4, 3763, 2020.
- Kipping и Teachey, “Impossible moons - Transit Timing Effects that cannot be due to exomoon” // Serb. Astron. J., 201, 25, 2020.
- Moraes и др. “On the stability of additional moons orbiting Kepler-1625 b” // MNRAS, 510, 2, 2583, 2022.
- Moraes и др., “The dynamics of co-orbital giant exomoons - applications for the Kepler-1625 b and Kepler-1708 b satellite systems” // MNRAS, 520, 2, 2163, 2023.
- Kipping и др., “Concerning the possible exomoons around Kepler-1625 b and Kepler-1708 b” // Nature Astron., 9, 795, 2025.
- Heller, “The nature of the giant exomoon candidate Kepler-1625 b-i” // A&A, 610, A39, 2018.
- Rodenbeck и др., “Revisiting the exomoon candidate signal around Kepler-1625 b”, A&A, 617, A49, 2018.
- Heller и др., “An alternative interpretation of the exomoon candidate signal in the combined Kepler and Hubble data of Kepler-1625” // A&A, 624, A95, 2019.
- Kreidberg и др., “No evidence for lunar transit in new analysis of Hubble Space Telescope observations of the Kepler-1625 system” // AJ, 877, 2, L15, 2019.
- Heller и Hippke, “Large exomoons unlikely around Kepler-1625 b and Kepler-1708 b” // Nature Astron., 8, 193, 2024.

Астрометрический метод поиска экзолун. (1)

Q.Kral и др. *Exomoon search with VLTI/GRAVITY around the substellar companion HD 206893* // A&A, 2026, 705, A217.

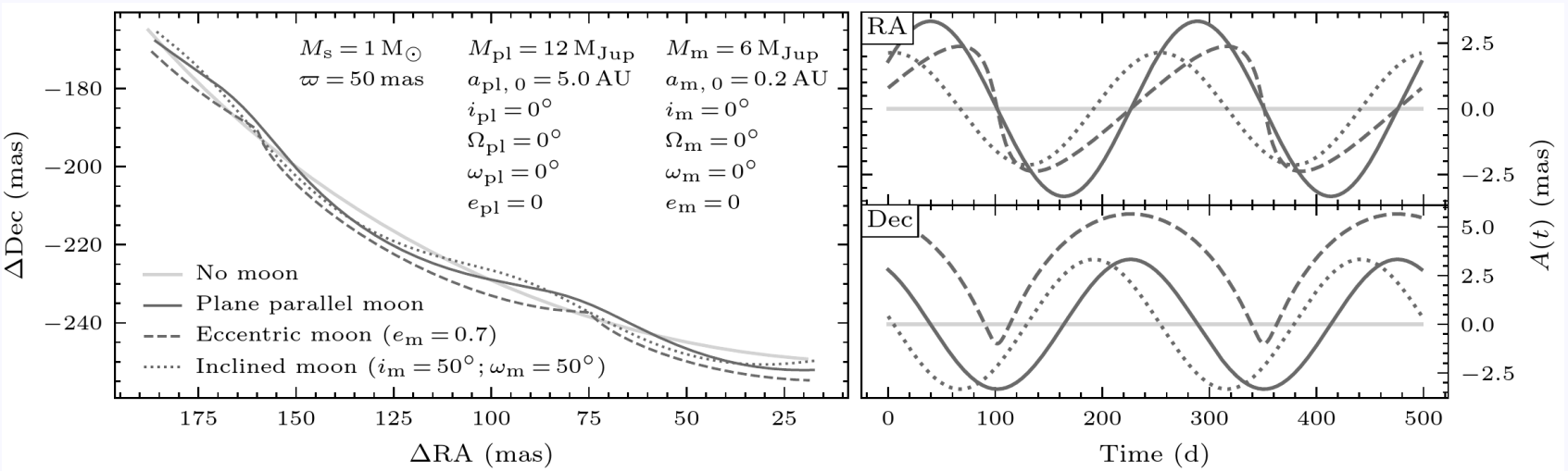




$$\frac{M_{\rm moon}}{M_{\rm pla}} = \left[\frac{2a_{\rm moon}}{d\Delta} - 1\right]^{-1}$$

$M_{\rm moon}$, $M_{\rm pla}$ — массы спутника и планеты, d — расстояние от Солнца ($d = 10$ пк), Δ — максимальное астрометрическое угловое смещение орбиты планеты.

T.O.Winterhalder и др. *Astrometric exomoon detection by means of optical interferometry* // A&A, 2026, 705, A216.



$$A = \frac{a_m}{d} \frac{M_m}{M_{pl} + M_m}$$

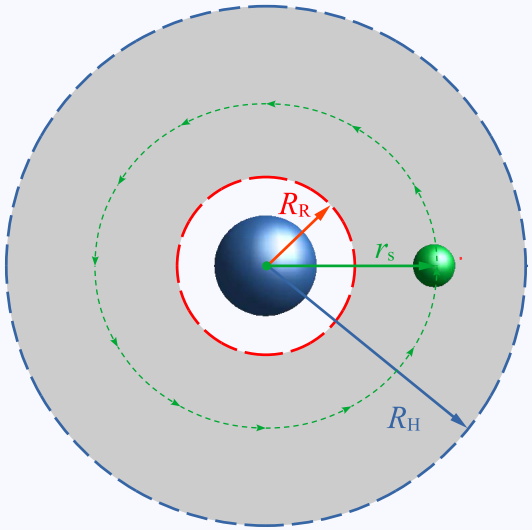
M_m, M_{pl} — массы спутника и планеты, d — расстояние от Солнца ($d = 10$ пк).

K.Wagner и др. *Astrometric methods for detecting exomoons ...* // ApJL, 2025, 991, 2, L44. Моделирование наблюдений на Very Large Telescope и James Webb Space Telescope кандидата в экзолуны у α Centauri A. Экзолуну массой $\sim 0.2 M_{Earth}$ и $P_m = 4$–30 сут можно выявить при наблюдениях длительностью в 1 час с точностью 0.1 mas в ходе 5-летней компании.

Расстояние от планеты до спутника:

$$r_{\mathrm{s}}(f) = \frac{a_{\mathrm{s}}(1 - e_{\mathrm{s}}^2)}{1 + e_{\mathrm{s}} \cos f},$$

a_{s}, e_{s}, f — большая полуось орбиты спутника, эксцентриситет и истинная аномалия.



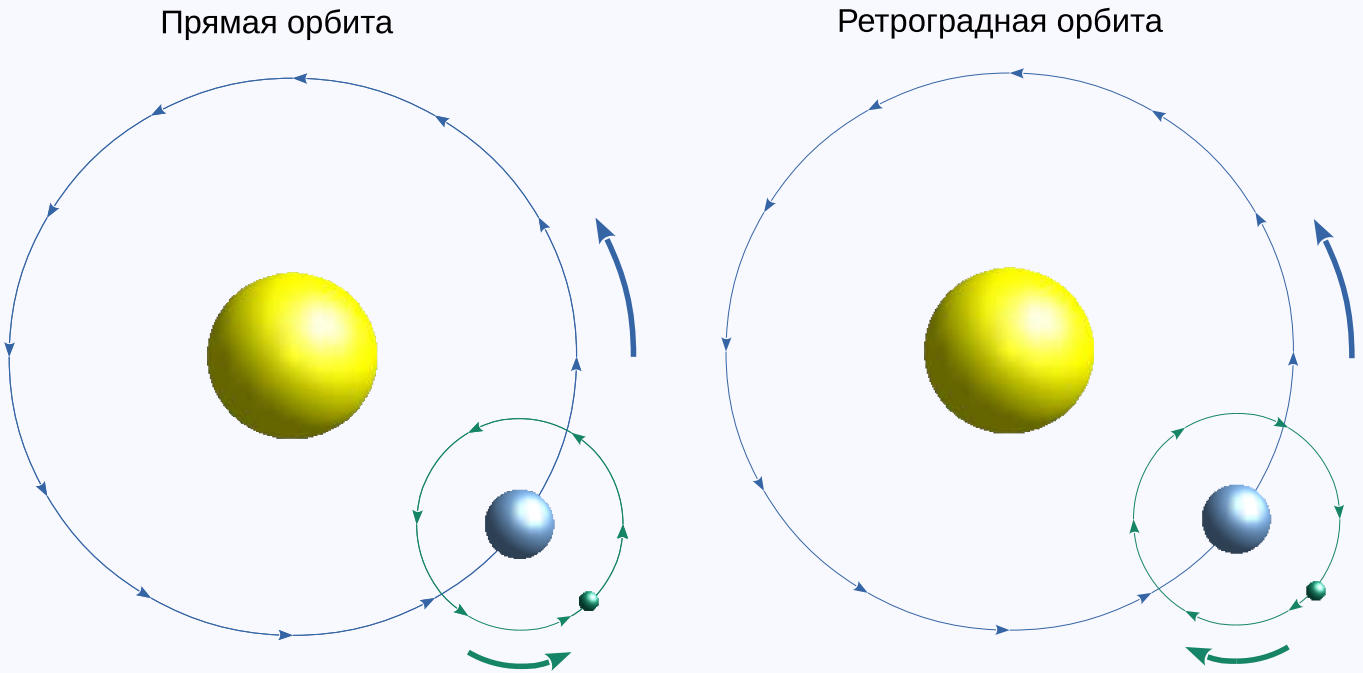
Орбита реального спутника планеты должна:

- находиться вне сферы Роша планеты ($r_{\mathrm{s}} > R_{\mathrm{R}}$): $R_{\mathrm{R}} \approx 2.4\, R_{\mathrm{p}} (\rho_{\mathrm{p}}/\rho_{\mathrm{s}})^{1/3}$, где R_{p}, ρ_{p} — радиус и плотность планеты, ρ_{s} — плотность спутника,
- находиться внутри сферы Хилла планеты ($r_{\mathrm{s}} < R_{\mathrm{H}}$): $R_{\mathrm{H}} \approx a_{\mathrm{p}} (m_{\mathrm{p}}/3M)^{1/3}$, где a_{p} — большая полуось орбиты планеты, M — масса звезды, m_{p} — масса планеты ($m_p \ll M$),
- быть устойчивой.

Для предсказания возможности существования спутников планет и подтверждения параметров обнаруженных кандидатов в экзолуны необходимо исследовать устойчивость их долговременной орбитальной динамики — определить максимальные размеры возможной орбиты.

Прямая и обратная орбиты спутника планеты

Орбита спутника: прямая (проградная) — направление движения спутника совпадает с направлением движения планеты по орбите ($0° \leq i_s < 90°$), обратная (ретроградная) — направления движений спутника и планеты противоположны ($90° < i_s \leq 180°$).



В Солнечной системе все крупные спутники со средним радиусом фигуры $R_s > 300$ км (кроме Тритона (H1)) имеют прямые орбиты.

Задача — определить максимальный размер устойчивой спутниковой орбиты (движение устойчиво при $a_\mathrm{s} < a_\mathrm{crit}$). Можно предположить:

$$a_\mathrm{crit} \propto \alpha \; R_\mathrm{H},$$

где α — искомый коэффициент, R_H — радиус сферы Хилла планеты. Величина α будет различна для прямых и ретроградных орбит спутника.

Динамика спутников Юпитера. Г. А. Чеботарев (1961–1965, Труды ИТА), Hunter (1967, MNRAS, 13, 245): для прямых орбит $\alpha = 0.44$, ретроградных — $\alpha = 0.74$.

Динамика далекого спутника астероида. Hamilton и Krivov (1997, Icarus, 128, 241): для прямых орбит $\alpha = 0.53$, ретроградных — $\alpha = 0.69$.

Динамика планет в двойных звездных системах. Holman и Wiegert (Holman, Wiegert, 1999, Astron. J., 117, 621): для прямых орбит $\alpha = 0.36$.

Динамика гипотетического спутника экзопланеты. Barnes и O'Brien (2002, Astrophys. J., 575, 1087): для прямых орбит $\alpha = 0.36$, ретроградных — $\alpha = 0.50$.

Domingos и др. (2006, MNRAS, 373, 1227): для прямых орбит

$$a_{\rm crit} \approx (0.4895 \pm 0.0025) R_{\rm H} (1.0000 - 1.0305 e_{\rm p} - 0.2738 e_{\rm s}),$$

для ретроградных орбит

$$a_{\rm crit} \approx (0.9309 \pm 0.0347) R_{\rm H} (1.0000 - 1.076 e_{\rm p} - 0.9812 e_{\rm s} + 0.9446 e_{\rm p} e_{\rm s}).$$

Rosario-Franco и др. (2020, Astron. J, 159, 260): для прямых орбит

$$a_{\rm crit} \approx (0.4031 \pm 0.0007) R_{\rm H} (1.0000 - 1.1230 e_{\rm p} - 0.1862 e_{\rm s}).$$

Quarles и др. (2021, Astron. J, 162, 58): для ретроградных орбит

$$a_{\rm crit} \approx (0.6684 \pm 0.0060) R_{\rm H} (1.0000 - 1.236 e_{\rm p}).$$

Barbosa и др. (2026, Icarus, 448, 116924): в плоской задаче ($i_{\rm s} = 0$) при $e_{\rm p} = 0$ для прямых орбит:

$$a_{\rm crit} \approx (0.48781 \pm 0.001) R_{\rm H} (1.00000 - 0.26143 e_{\rm s}).$$

$R_{\rm H}$ — радиус сферы Хилла планеты, $e_{\rm p}$, $e_{\rm s}$ — эксцентриситеты орбит планеты и ее спуника.

Рассмотрим применимость приведенных здесь критериев в задаче о динамике экзолун, построив диаграммы устойчивости и проведя их анализ.

Диаграмма устойчивости — плоскость значений параметров/(начальных условий), где выделены области устойчивой и неустойчивой динамики системы. Типичные плоскости для построения диаграмм устойчивости — элементы орбиты спутника/планеты и его масса: (a_s, e_s), (a_s, i_s), (a_s, m_s), (e_p, a_s).

Анализ диаграмм устойчивости позволяет:

- предсказать возможность существования у планеты спутника с определенными орбитальными и физическими параметрами,
- определить/уточнить значения параметров орбит и масс у обнаруженных спутников,
- предположить возможный сценарий долговременной орбитальной эволюции спутника.

Основные методы для построения диаграмм устойчивости:

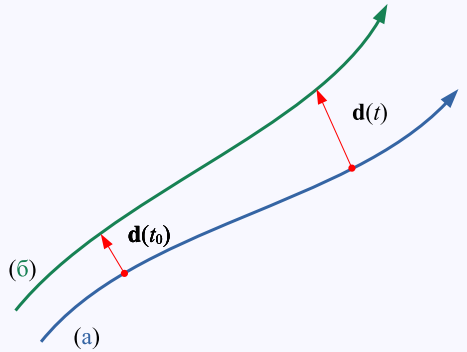
- анализ долговременной эволюции элементов орбиты спутника,
- вычисление характеристических показателей Ляпунова (ХПЛ),
- вычисление других индикаторов хаоса — MEGNO, FLI, SALI и т.д.

Характеристические показатели Ляпунова

Характеристические показатели Ляпунова (ХПЛ) имеют физический смысл средней скорости экспоненциальной расходимости траекторий фазового пространства системы в малой окрестности пробной траектории.

$$L = \lim_{\substack{t\to\infty \\ d(t_0)\to 0}} \frac{1}{t-t_0} \ln \frac{d(t)}{d(t_0)},$$

d — вектор смещения, направленный от «опорной» траектории к «теневой», $d(t_0) = |\mathbf{d}(t_0)|$, $d(t) = |\mathbf{d}(t)|$.

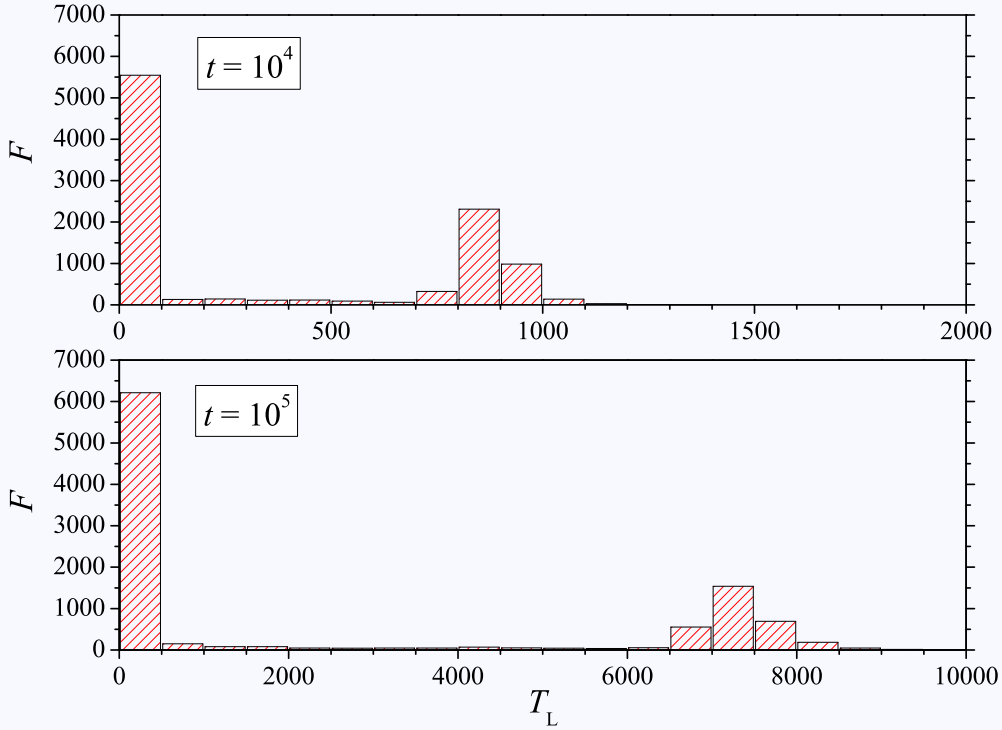


Максимальный ХПЛ и ляпуновское время

Ненулевая величина максимального ХПЛ (МХПЛ) указывает на хаотический, а нулевая — на регулярный характер движения. Величина, обратная МХПЛ, — ляпуновское время — представляет собой характерное время предсказуемой динамики системы. Ляпуновское время: $T_\mathrm{L} = 1/L$, где L — МХПЛ.

Использование ХПЛ в настоящем исследовании

Посредством вычисления МХПЛ в задаче о долговременной орбитальной динамике спутника планеты построены диаграммы устойчивости и проведен их анализ. Рассмотрена применимость на практике эмпирических критериев устойчивости долговременной орбитальной динамики экзолун.

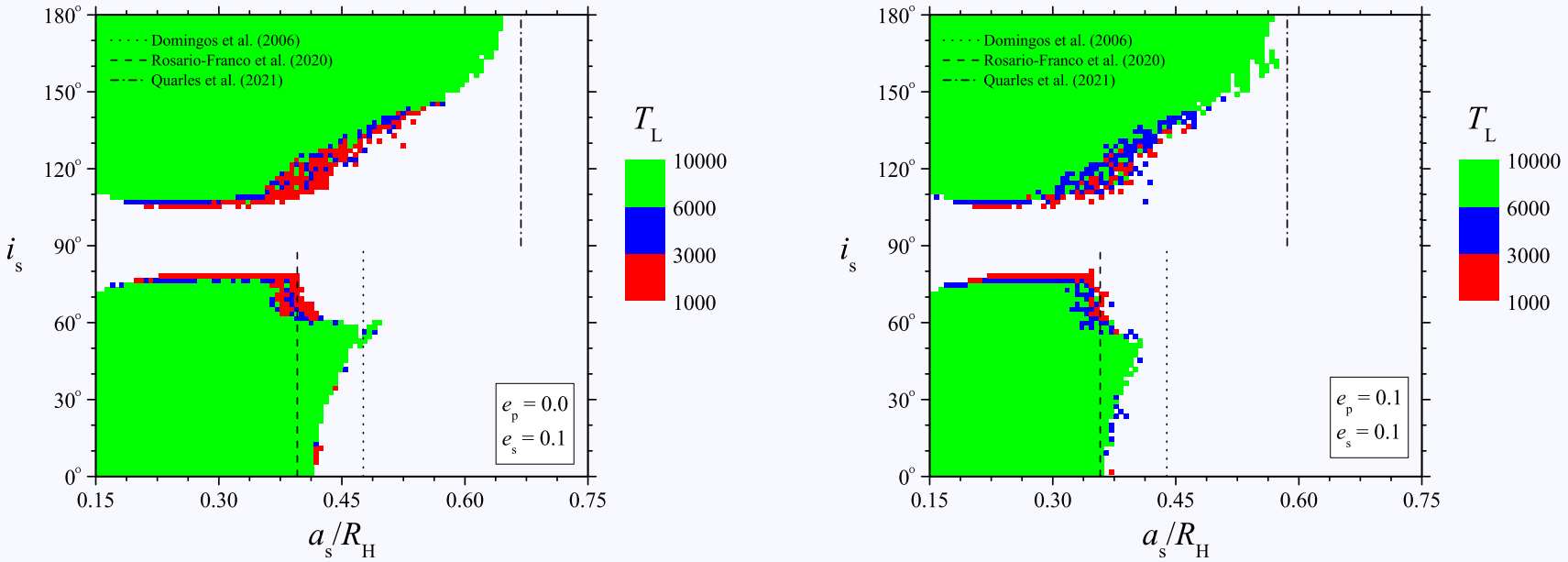


Дифференциальные распределения значений ляпуновских времен (в годах) T_{L}, вычисленных на одной выборке начальных условий, но на промежутках времени интегрирования t разной длины, для спутниковой системы планеты KOI-268.01.

Хаотические (неустойчивые) орбиты: T_{L} — малы и с увеличением t уменьшаются, либо не изменяются.

Регулярные (устойчивые) орбиты: T_{L} — велики и с увеличением t возрастают.

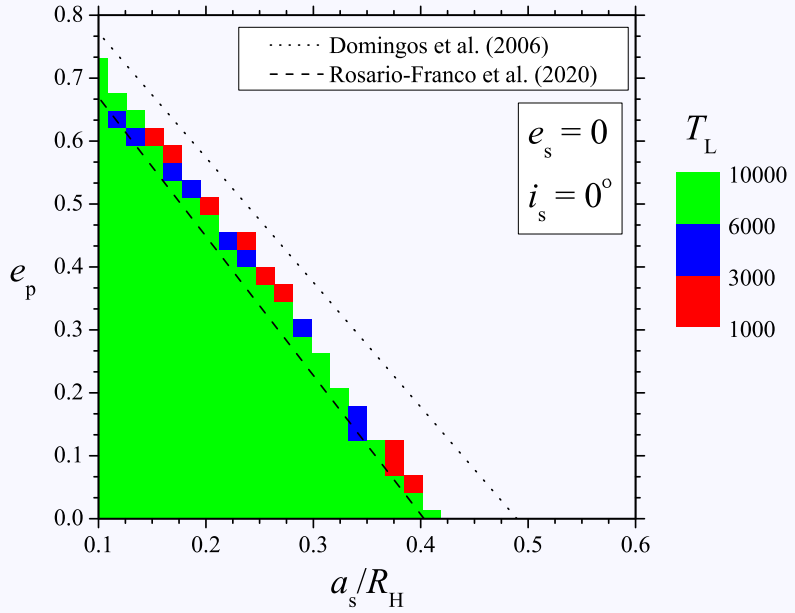
Можно разделить (установить критерий) орбиты на хаотические и регулярные.

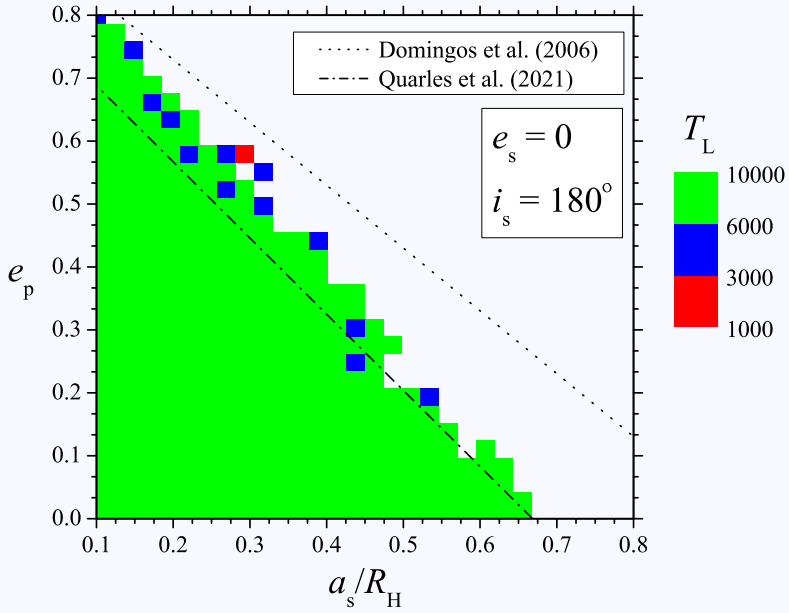


Области устойчивого движения (зеленый цвет) спутника планеты. Принято: $M = 1$ — масса звезды в массах Солнца, $m_p = m_J$, $m_s = 0.001 m_J$ — массы планеты и спутника в массах Юпитера m_J, $a_p = 5$ а.е., $e_p = 0.0, 0.1$; $e_s = 0.1$. В областях неустойчивости (белый, синий и красный цвета) существование спутника невозможно. Штриховой линией, линией из точек и штрих-пунктирной линией указаны эмпирические критерии устойчивости.

Эмпирические критерии могут давать завышенную оценку максимально возможного радиуса орбиты спутника. Вычисление ХПЛ/MEGNO позволяет получить более надежные оценки возможных параметров спутника.

Большинство орбит крупных ($R > 500$ км) спутников планет Солнечной системы имеют малые наклоны и эксцентриситеты. Значительная часть экзопланет имеет существенные эксцентриситеты — согласно данным http://exoplanet.eu/ для 950 планет (около 15% известных экзопланет) $e_p > 0.2$.





Области устойчивого движения (зеленый цвет) для прямой и ретроградной орбит спутника планеты. Принято: $M = 1$ — масса звезды в массах Солнца, $m_p = m_J$, $m_s = 0.001 m_J$ — массы планеты и спутника в массах Юпитера m_J, $a_p = 5$ а.е., $e_s = 0$. В областях неустойчивости (белый, синий и красный цвета) существование спутника невозможно. Штриховой линией, линией из точек и штрих-пунктирной линией указаны эмпирические критерии устойчивости.

- Исследование динамики экзопланетных систем и их спутниковых подсистем позволяет понять процесс формирования и эволюции Солнечной системы. Обнаружение и изучение найденных спутников планет у других звезд важны и с точки зрения поиска внеземной жизни.
- Показано, что эмпирические критерии устойчивости орбитальной динамики спутников планет могут давать завышенную оценку максимально возможного радиуса орбиты спутника (большой полуоси орбиты $a_{\rm crit}$).
- Установлено, что часто используемый для определения потенциально возможных орбит экзолун (спутников экзопланет) эмпирический критерий из работы (Domingos и др., 2006, MNRAS, 373, 1227) существенно завышает величину $a_{\rm crit}$.
- В плоской задаче для прямой орбиты (направления орбитального движения планеты и спутника совпадают) экзолуны при оценке $a_{\rm crit}$ следует использовать критерий, предложенный Rosario-Franco и др. (2020, Astron. J, 159, 260), для ретроградной орбиты экзолуны — критерий из работы (Quarles и др., 2021, Astron. J, 162, 58).
- Если угол между плоскостями орбит планеты и спутника может быть значительным ($> 30^\circ$), надежную оценку $a_{\rm crit}$ можно получить путем численного моделирования долговременной орбитальной динамики экзолуны либо использованием строгих методов анализа устойчивости движения — вычисление ХПЛ/MEGNO.

Спасибо за внимание!